УДК 621. 9

В. А. Витренко, д-р техн. наук, проф., **А. В. Витренко**, ст. препод.
Луганский государственный университет имени В. Даля, ЛНР
Тел./Факс: +38 (0642) 341826; *E-mail:vitrenko.vl@gmail.com*

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ МНОГОЗАХОДНОГО ЗУБОРЕЗНОГО ИНСТРУМЕНТА

Нарезание зубьев в пространственном станочном зацеплении осуществляется согласно схемы формообразования третьего класса. В этом случае зуборезный инструмент представляет собой огибающую обрабатываемого зубчатого колеса. В представленной работе определен в аналитическом виде профиль многозаходного гиперболоидного инструмента. Найдены зависимости описывающие зуб инструмента в зависимости от геометрии и кинематики процесса зубообработки.

Ключевые слова: *инструмент, схема формообразования, профиль, зубчатое колесо, резание, геометрия и кинематика.*

V. A. Vitrenko, A. V. Vitrenko

ANALITICAL DEFINITION OF MULTIPASSING TEETH CUTTING INSTRUMENT PROFILE

Teeth cutting in a space machine-tool engagement is performed according to the third class scheme formation. In this case, teeth cutting instrument is passing over a teeth wheel being treated. In a given paper a multipassing hyperbola instrument profile has been defined in an analytical form. Dependences describing instrument tooth in accordance with geometry and kinematics of a tooth treatment process have been found.

Key words: *instrument, formation scheme, profile, tooth wheel, cutting, geometry and kinematics.*

1. Введение

Нарезание зубьев различных зубчатых колес является наиболее сложным процессом формообразования в машиностроении. Кроме того, этот процесс усложняется тем, что качество обработанных поверхностей в значительной степени зависит от геометрии и точности изготовления зуборезного инструмента. Следовательно, проблема формообразования зуборезного инструмента, согласно схемы формообразования третьего класса, является очень сложной и малоизученной проблемой. Многие ученые, как у нас в стране, так и за рубежом пытаются изготовить зуборезный инструмент с приближенной формой профиля зуба. Наиболее распространенный зуборезный инструмент – червячные фрезы, имеет большой недостаток – затылованные зубья. Такое положение приводит к тому, что основная инструментальная поверхность такого инструмента не совпадает с производящей поверхностью.

Для устранения недостатков в профиле инструмента, а также снижения себестоимости его изготовления необходимо разрабатывать принципиально новые схемы его формообразования. Базой для разработки нового инструмента является аналитическое определение его профиля в зависимости от геометрии и кинематики процесса его формообразования. На этой основе появляется возможность разработки множества схем формообразования, т.к. одну и туже поверхность можно получить при помощи различного инструмента в зависимости от кинематики процесса формообразования.

Повышение производительности и качества изготовления цилиндрических зубчатых колес в условиях жестких рыночных отношений является одной из наиболее актуальных задач, стоящих перед технологами и инструментальщиками. Точность изготовления зубьев колес в основном зависит от использования в производстве прогрессивного инструмента, проектирование которого основано на теории формообразования поверхностей. Существует большое количество зуборезного инструмента, а также способов нарезки зубьев, которые имеют целый ряд недостатков, поэтому в представленной работе рассматривается принципиально новый зуборезный инструмент, полученный при помощи новой схемы формообразования основной инструментальной поверхности, а также рассматривается процесс контактирования зубьев зубчатых колес при помощи разработанного инструмента.

2. Основное содержание и результаты работы

Поверхности зубьев гиперболоидного инструмента и цилиндрического зубчатого колеса должны находиться в непрерывном взаимном касании. В относительном движении такие поверхности являются взаимно огибаемыми [1]. Поэтому для нахождения условия непрерывности касания сначала нужно определить огибающую семейства поверхностей. В зависимости от того, одним или двумя независимыми параметрами определяется относительное движение инструмента и заготовки. В данном исследовании рассматривается определение огибающей двухпараметрического семейства поверхностей.

На первой стадии исследования определим огибающую однопараметрического семейства поверхностей.

Пусть в системе координат x_1, y_1, z_1, связанной с обрабатываемым зубчатым колесом, задан радиус-вектор описывающий точку обрабатываемой цилиндрической зубчатой поверхности:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_1(v,\psi) = (x_1(v) - r)\vec{i} + y_1(v)\vec{j} + z_1(\psi)\vec{k}\,, \tag{1}$$

где: $x_1(v)$ и $y_1(v)$ необходимое число раз дифференцируемые по параметру v функции, $\vec{r} = const$ - радиус окружности, ψ - текущая координата по оси z_1. Далее для простоты переменные параметры v и ψ опустим.

Переход от системы координат x_1, y_1, z_1, связанной с заготовкой к системе координат x_2, y_2, z_2 , связанной с инструментом произведем при помощи следующего выражения [2]:

$$\vec{r}_2 = M_{2p} M_{p0} M_{01} \vec{r}_1, \quad \vec{r}_2 = M_{21} \vec{r}_1, \tag{2}$$

где: M_{21} - матрица перехода от системы координат заготовки к системе координат инструмента.

В координатной форме выражение (2) в системе координат искомого инструмента x_2, y_2, z_2 принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
x_2 &= (x_1 - r)(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\gamma \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) + y_1(-\sin\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\gamma \cos\varphi_1 \sin\varphi_2) + \\
&\quad + z_1 \sin\gamma \sin\varphi_2 + A\cos\varphi_2; \\
y_2 &= (x_1 - r)(\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 - \cos\gamma \sin\varphi_1 \cos\varphi_2) + y_1(-\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 - \cos\gamma \cos\varphi_1 \cos\varphi_2) - \\
&\quad - z_1 \sin\gamma \cos\varphi_2 + A\sin\varphi_2; \\
z_2 &= (x_1 - r)\sin\gamma \sin\varphi_1 + y_1 \sin\gamma \cos\varphi_1 - z_1 \cos\gamma .
\end{aligned} \tag{3}$$

где: φ_1 - угол поворота цилиндрического зубчатого колеса, φ_2 - угол поворота гиперболоидного инструмента ($\varphi_2 = u_{21}\varphi_1$, u_{21} передаточное число), γ - угол скрещивания осей, A - межцентровое расстояние.

Таким образом, мы получили уравнения однопараметрического семейства огибающих обрабатываемой цилиндрической зубчатой поверхности (цилиндрического прямозубого или косозубого зубчатого колеса), представляющих собой семейство зубьев гиперболоидного инструмента.

Чтобы получить уравнения поверхности гиперболоидного инструмента, из уравнений (3) необходимо исключить параметр ψ. Для этого воспользуемся уравнением непрерывности касания нарезаемого цилиндрического зубчатого колеса и гиперболоидного инструмента. Это уравнение имеет следующий вид:

$$\left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial \psi}\right] \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = 0. \tag{4}$$

Учитывая, что $\frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial \psi} = \vec{N}$ - общая нормаль к касающимся поверхностям, а $\frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \vec{V}^{(12)}$ - скорость относительного движения поверхности гиперболоидного инструмента и обрабатываемого цилиндрического колеса, уравнение (4) можно представить в следующем виде:

$$\vec{V}^{(12)} \vec{N} = 0. \tag{5}$$

Уравнение (5) является уравнением непрерывности станочного касания инструмента и заготовки.

Получив выражения для нахождения общей нормали к соприкасающимся поверхностям, а также скорости относительного движения поверхности гиперболоидного инструмента и обрабатываемого цилиндрического зубчатого колеса, можно получить уравнение непрерывности касания детали и инструмента при однопараметрическом огибании поверхностей:

$$f_1(v, \varphi_1, \psi) = 0. \tag{6}$$

Для этого подставим полученные нами выражения в уравнение непрерывности станочного касания (5). В результате получим:

$$\begin{gathered} f_1(v, \varphi_1, \psi) = (u_{21} \cos\gamma - 1)\left[y_1 y_1' + x_1'(x_1 - r)\right] + z_1 u_{21} \sin\gamma (y_1' \cos\varphi_1 + \\ + x_1' \sin\varphi_1) - A u_{21} \cos\gamma (y_1' \sin\varphi_1 - x_1' \cos\varphi_1) = 0. \end{gathered} \tag{7}$$

Полученное уравнение (7) вместе с уравнениями (3) определяют поверхности зубьев искомого гиперболоидного инструмента.

Реальное нарезание зубчатых поверхностей на производстве является процессом с двумя независимыми параметрами – вращением и подачей детали (инструмента) [3]. Поэтому следует рассмотреть уравнения для определения поверхности зубьев гиперболоидного инструмента, полученного как огибающая поверхности при двухпараметрическом нарезании заготовки. В этом случае подача формообразующего инструмента осуществляется вдоль прямолинейной образующей однополостного гиперболоида [4].

При двухпараметрическом огибании сопряженных поверхностей, поверхность искомого гиперболоидного инструмента будет определяться при помощи следующих уравнений:

$$\begin{gathered} \vec{r}_2 = M_{21} \vec{r}_1, \\ f_1 = f_1(v, \varphi_1, \psi) = 0, \end{gathered} \tag{8}$$

$$f_2 = f_2(v, \varphi_1, \psi) = 0\,.$$

В этом случае второе и третье уравнения, являются уравнениями непрерывности станочного зацепления инструмента и обрабатываемой детали. Последнее уравнение выражения (8) имеет следующий вид:

$$\vec{V}^{(1\psi)}\vec{N} = 0\,, \tag{9}$$

где: $\vec{N} = \{y_1', -x_1', 0\}$ - вектор нормали к обрабатываемой поверхности, $\vec{V}^{(1\psi)}$ - вектор относительной скорости движения точки при фиксированном параметре φ_1 и переменном параметре ψ в подвижной системе координат x_1, y_1, z_1.

Тогда вектор относительной скорости $\vec{V}^{(1\psi)}$ будет иметь следующий вид:

$$\vec{V}^{(1\psi)} = \frac{\partial \psi}{\partial t}\vec{k}\,. \tag{10}$$

Подставляя координаты векторов $\vec{N}$ и $\vec{V}^{(1\psi)}$ в выражение (9), получим тождественный нуль. Т.е. выражение (8) принимает значение тождественного нуля.

Таким образом, выражения для определения поверхности зубьев гиперболоидного инструмента при двухпараметрическом огибании будут тождественны уравнениям при однопараметрическом огибании, т.е.

$$\begin{gathered} \vec{r}_2 = M_{21}\vec{r}_1, \\ f_1 = f_1(v, \varphi_1, \psi) = 0\,. \end{gathered} \tag{11}$$

Проанализировав выражения (11), можно сделать важный вывод: при изготовлении зубчатого изделия на скрещивающихся валах на зубофрезерных станках при осуществлении двухпараметрического движения любое торцовое сечение цилиндрического прямозубого колеса описывает в своем относительном движении искомый гиперболоидный инструмент [5].Такое положение дает возможность получать незатылованный инструмент на заготовках однополостного гиперболоида. В данном исследовании движение инструмента осуществляется вдоль прямолинейной образующей однополостного гиперболоида.

Для аналитического определения профиля зуба гиперболоидного инструмента необходимо рассчитать координаты x_2, y_2 в подвижной системе координат связанной с поверхностью зубьев гиперболоидного инструмента:

$$\begin{aligned} x_2 &= (x_1 - r)(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\gamma \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) + y_1(-\sin\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\gamma\cos\varphi_1 \sin\varphi_2) + \\ &\quad + z_1 \sin\gamma \sin\varphi_2 + A\cos\varphi_2; \\ y_2 &= (x_1 - r)(\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 - \cos\gamma \sin\varphi_1 \cos\varphi_2) + y_1(-\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 - \cos\gamma \cos\varphi_1 \cos\varphi_2) - \\ &\quad - z_1 \sin\gamma \cos\varphi_2 + A\sin\varphi_2; \\ z_2 &= (x_1 - r)\sin\gamma \sin\varphi_1 + y_1 \sin\gamma \cos\varphi_1 - z_1\cos\gamma; \\ &\qquad f_1(v, \varphi_1, \psi) = (u_{21}\cos\gamma - 1)\left[y_1 y_1' + x_1'(x_1 - r)\right] + z_1 u_{21} \sin\gamma (y_1'\cos\varphi_1 + \\ &\quad + x_1'\sin\varphi_1) - A u_{21}\cos\gamma (y_1'\sin\varphi_1 - x_1'\cos\varphi_1) = 0\,. \end{aligned} \tag{12}$$

Решение данной системы предлагается провести в таком порядке: из четвертого уравнения системы находим z_1, полученное значение подставляем в третье уравнение системы, которое принимает следующий вид:

$$-z_2u_{21}(y_1'\cos\varphi_1+x_1'\sin\varphi_1)=-\left[(x_1-r)\sin\gamma\sin\varphi_1+y_1\sin\gamma\cos\varphi_1\right]u_{21}(y_1'\cos\varphi_1+$$
$$+x_1'\sin\varphi_1)+\left[Au_{21}\cos\gamma(y_1'\sin\varphi_1-x_1'\cos\varphi_1)+(1-u_{21}\cos\gamma)(y_1y_1'+x_1'(x_1-r))\right]ctg\gamma \qquad (13)$$

После этого, задавая значения z_2 (от 0 до 100 с шагом =1мм) и варьируя значением угла развертки эвольвенты (от 0 до 50^0 с шагом 2^0), из (13) находим угол поворота φ_1 детали, при котором происходит касание детали с гиперболоидным инструментом. Подставляя найденные углы φ_1 в первые два уравнения системы (12), находим координаты x_2, y_2 гиперболоидного инструмента. Заметим, что координаты x_2, y_2 в данном случае получены в зависимости от z_2. Имея координаты x_2, y_2, находим радиус гиперболоидного инструмента из выражения $r_2=\sqrt{x_2^2+y_2^2}$.

5. Заключение

Таким образом, выполненные исследования позволили реализовать следующее:

1. В аналитическом виде найдены уравнения зубообрабатывающего инструмента как огибающие обрабатываемого цилиндрического зубчатого колеса в пространственном станочном зацеплении.

2. Определены семейства поверхностей искомых гиперболоидных зубьев при однопараметрическом и двухпараметрическом огибании сопрягаемых поверхностей детали и инструмента.

3. Получено уравнение непрерывности станочного зацепления гиперболоидного инструмента и заготовки (цилиндрическое прямозубое или косозубое колесо) при одно и двухпараметрическом огибании.

4. Произведены расчеты геометрии гиперболоидного инструмента в зависимости от геометрии и кинематики процесса его изготовления.

5. Найден алгоритм нахождения профиля инструмента в момент его касания с обрабатываемой заготовкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гавриленко В. А. Зубчатые передачи в машиностроении – М.: Машгиз, 1962.– 531 с.

2. Литвин Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф. Л. Литвин.– М.: Наука, 1968, – 584 с.

3. Перепелица Б. А. Автоматизированное профилирование режущих инструментов (теория и алгоритмы): Учебное пособие / Б. А. Перепелица. – Харьков: ХПИ, 1985.– 107 с.

4. Родин П. Р. Основы проектирования режущих инструментов / П. Р. Родин. – К.: Вища школа, 1990. – 424 с.

5. Цвис Ю. В. Профилирование режущего обкатного инструмента / Ю. В. Цвис – М.: Машгиз, 1961. – 155 с.

Поступила в редколлегию 18.01.2016 г.