УДК 621,9

А.С. Иванов, М.М. Ермолаев, С.К. Руднев
МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия
Тел.: +7(916)5797862; E-mail: mmermolaev@gmail.com
Работа выполнена в рамках гос. задания Минобрнауки по проекту 1403

МЕТОД РАСЧЕТА СОЕДИНЕНИЯ С НАТЯГОМ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ НАГРУЖЕНИЯ

В данной работе предложен метод расчета распределения нагрузки в контактном слое соединения с натягом, учитывающих действие осевых и радиальных сил, крутящих и изгибающих моментов. Получена взаимосвязь напряжений и смещений контактного слоя.

Ключевые слова: *плотность соединения, податливость контактного слоя.*

A Ivanov, M Yermolaev, S. Rudnev

METHOD OF CALCULATION CONNECTIONS WITH A TUGHTNESS IN TOTAL EVENT LOADING

The method of calculation of load and deflection distribution in tight joint, loaded by axial and radial forces, torque and blending moments has been proposed. Pliability of parts and contact layer has been obtained.
Key words: *tight joint, pliability of contact layer.*

При необходимости неподвижного соединения деталей типа вал-втулка в различных отраслях машиностроения широко применяются соединения с натягом. С натягом устанавливают зубчатые колеса, кольца подшипников, роторы встраиваемых электродвигателей, бандажи ведущих колес железнодорожного транспорта, инструмент и оснастку в металлорежущих станках и др. Соединения с натягом могут быть нагружены произвольной системой сил и моментов, действующих как по отдельности, так и совместно. Нагрузка в соединениях с натягом передается через контактный слой, образованный шероховатыми сопрягаемыми поверхностями вала и втулки, поэтому в расчетах соединений с натягом необходимо учитывать специфические механические свойства контактного слоя.

Традиционный [1], [16] расчет соединения с натягом предполагает, что осевые силы и крутящие моменты передаются за счет равномерного распределения касательных напряжений в стыке, не превышающих трение покоя, а изгибающий момент – за счет перераспределения давления в стыке. При этом игнорируются деформации вала, втулки и контактного слоя, приводящие к неравномерному распределению нагрузки по поверхности контакта. Численные эксперименты, проведенные немецкими исследователями [18], показали, что изгибающий момент в соединении с натягом передается в большей степени (порядка 70%) за счет перераспределения касательных напряжений в контактном слое, в меньшей (порядка 30%) – за счет перераспределения давления в контактном слое, что указывает на необходимость уточнения традиционного расчета.

Уточнению расчетов соединений с натягом, передающих крутящий момент и осевые силы, посвящены теоретические и экспериментальные исследования Е.С. Гречищева, А.А. Ильяшенко [3], З.М. Левиной, Д.Н. Решетова [14], В.И. Максака, Б.Ф. Советченко [15], Г.Б. Иосилевича [12], а также наши работы [8], [5]. Соединениям с натягом, нагруженным изгибающим моментом и радиальными силами, посвящены

© Иванов А.С., Ермолаев М.М., Руднев С.К.; 2015 г.

работы В.Л. Бидермана, В.М. Тимонина, М.В. Ярошенко [2], Г.Б. Иосилевича, Ю.В. Лукащук [13], Д.Н. Решетова, Г.А. Хачияна, Л.М. Лейках [17].

Взаимосвязь между напряжением и смещениями в контактном слое нелинейна [14], поэтому уточненный расчет соединения с натягом должен учитывать действие всех возможных нагрузок (крутящего и изгибающих моментов, осевой и радиальных сил) одновременно (т.е. принцип суперпозиции не выполняется). Тем не менее, до настоящего времени модель, учитывающая одновременное действие и взаимное влияние различных нагрузок на распределение напряжений и смещений в контактном слое соединения с натягом, предложена не была. Данная работа представляет собой попытку синтеза подобной модели.

На основании работ Н.Б. Демкина [4], В.В. Измайловым и А.С. Ивановым [10], предложена формула, выражающая взаимосвязь между давлением p и сближением δ в контактном слое при повторных нагружениях, параметры которой известны конструктору на стадии проектирования:

$$\delta = Rac_0\sqrt{\frac{p}{E}}, \tag{1}$$

где c_0 – безразмерный параметр, зависящий от вида обработки поверхностей и направления следов обработки, который в случае параллельности следов обработки для контактирующих поверхностей, полученных торцовым точением или строганием равен 115, и во всех остальных случаях, т.е. для контактирующих поверхностей, полученных шлифованием или фрезерованием независимо от направления следов обработки и полученных торцовым точением или строганием в случае непараллельности следов обработки составляет 360; $\varepsilon = f(\Delta - W\max)$ – коэффициент влияния масштаба, зависящий от допуска плоскостности Δ, определяемого степенью точности по ГОСТ 24643 – 81 и наибольшим размером контактной поверхности l, а также наибольшей высотой волны $W_{\max}$ (коэффициент влияния масштаба для соединений размером порядка 50 мм можно принять 1, в остальных случаях следует пользоваться зависимостями, указанными в [7]); $E = 2E_1E_2/(E_1 + E_2)$ – приведенный модуль упругости, E_1, E_2 – модули упругости сопрягаемых деталей; $Ra = (Ra_1^2 + Ra_2^2)^{0,5}$ – приведенная шероховатость, Ra_1, Ra_2 – средние арифметические высоты микронеровностей сопрягаемых поверхностей. Отметим, что формула (1) предполагает, что коэффициенты Пуассона материалов сопрягаемых деталей составляют 0,3.

Касательные смещения δ_τ зависят от касательных напряжений τ в контактном слое линейно:

$$\delta_\tau = k_\tau\tau, \tag{2}$$

где k_τ – коэффициент касательной податливости контактного слоя, который можно считать равным коэффициенту нормальной податливости контактного слоя k, получаемый при линеаризации зависимости (1) в окрестности некоторого давления p:

$$k_\tau = \frac{Rac_0\varepsilon}{2\sqrt{Ep}} \tag{3}$$

Рассмотрим соединение с натягом (рис. 1), образованное валом с наружным диаметром d, внутренним диаметром d_1 и втулкой с наружным диаметром d_2, нагруженное некоторой системой сил и моментов (в том числе распределенных по длине соединения). Нагрузка между валом и втулкой передается через контактный слой образованный шероховатыми поверхностями вала и втулки.

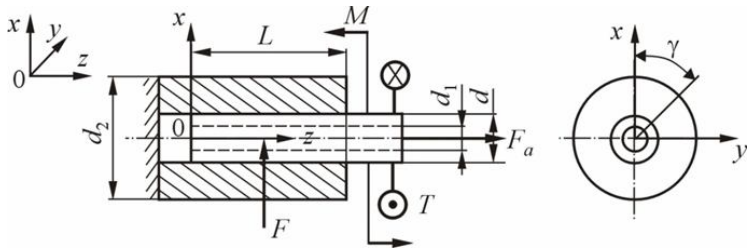


Рис. 1. Соединение с натягом

Принимаем следующие допущения:

1. Контактный слой деформируется упруго. Такое допущение справедливо для повторных нагружений.
2. Материал деталей деформируется упруго.
3. В контактном слое не происходит локальных проскальзываний. Такое допущение справедливо, если в каждой точке контактного слоя выполняется условие $\tau < pf$, где τ – касательное напряжение в данной точке, p –давление в данной точке, f – коэффициент трения.
4. Концентрация напряжений на концах соединения из-за резкого изменения геометрии деталей не учитывается.
5. При изгибе вала и втулки их поперечные сечения сохраняют кольцевую форму, но поворачиваются в горизонтальной и вертикальной плоскостях.
6. Деформации соединения невелики и изменением мест приложения нагрузки можно пренебречь. В частности, не происходит потери устойчивости вала и втулки.
7. После запрессовки давление в каждой точке контактного слоя одинаково, предварительные касательные напряжения в контактном слое отсутствуют.
8. Изменения толщины вала и втулки, обусловленные действием растягивающих (сжимающих) сил незначительны и не влияют на сближение в контактном слое.
9. Материал деталей – сталь, чугун, алюминиевые или медные сплавы, для которых давление в некоторой точке контактного слоя можно считать пропорциональным квадрату сближения в этой точке контактного слоя.

Давление p_0 связано с измеренным диаметральным натягом N выражением [11]:

$$N = p_0 d\left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2}\right) + 2\delta_0, \quad (4)$$

где первое слагаемое – это формула Ляме, характеризующая диаметральные деформации абсолютно гладких поверхностей, а второе слагаемое – два радиальных сближения $\delta_0 = Ra\ c_0\ \varepsilon\ (E\ p_0)^{0,5}$ в контактном слое. В выражении обозначено: E_1, E_2 – модули упругости материалов вала и втулки; $E = 2E_1E_2/(E_1 + E_2)$ – приведенный модуль упругости; $Ra = (Ra_1^2 + Ra_2^2)^{0,5}$ – приведенная шероховатость; Ra_1, Ra_2 – средние арифметические высоты микронеровностей контактирующих поверхностей вала и втулки;

$$C_1 = \frac{1+(d_1/d)^2}{1-(d_1/d)^2} - \mu_1,\ C_2 = \frac{1+(d/d_2)^2}{1-(d/d_2)^2} + \mu_2$$

 коэффициенты вала и втулки; ?$_1$, ?$_2$ – коэффициенты Пуассона материалов вала и втулки.

Введем систему координат: ось *z* направлена вдоль оси вала с началом на левом краю соединения, оси *x, y* выходят из центра масс сечения вала, оси *x, y* и *z* образуют правую тройку векторов. К этой системе добавим для описания распределения нагрузок и смещений в контактном слое цилиндрическую систему координат (γ, *z*), в которой ось *z* совпадает с одноименной в системе координат *xyz*, а угол γ отсчитывается от вертикальной оси *x* в сторону положительного направления оси *y*.

Следующие факторы характеризуют внешние нагрузки, действующие на соединение, и известны к началу расчета:

$F_{x\Sigma}(z)$, $F_{y\Sigma}(z)$ – радиальные силы по осям *x, y*, воспринимаемые соединением в целом в *z*-сечении, Н;

$F_{a\Sigma}(z)$ – осевая сила, воспринимаемая соединением в целом в *z*-м сечении, Н;

$M_{x\Sigma}(z)$, $M_{y\Sigma}(z)$ – изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях, воспринимаемые соединением в целом в *z*-м сечении, Н·мм;

$T_\Sigma(z)$ – крутящий момент, воспринимаемый соединением в целом в *z*-м сечении, Н·мм;

$f_{x1}(z)$, $f_{x2}(z)$, $f_{y1}(z)$, $f_{y2}(z)$ – распределенные радиальные силы, действующие на валу и втулку по осям *x, y*, Н/мм;

$f_{a1}(z)$, $f_{a2}(z)$ – распределенные осевые силы, действующие на вал и втулку, Н/мм;

$m_{x1}(z)$, $m_{x2}(z)$, $m_{y1}(z)$, $m_{y2}(z)$ – распределенные изгибающие моменты, действующие на вал и втулку в вертикальной и горизонтальной плоскостях, (Н·мм)/мм;

$t_1(z)$, $t_2(z)$ – распределенные крутящие моменты, действующие на вал и втулку, (Н·мм)/мм.

Следующие факторы характеризуют внутренние нагрузки на валу и подлежат определению в каждом *z*-м сечении:

$F_x(z)$, $F_y(z)$ – радиальные силы по осям *x, y*, воспринимаемые валом, Н;

$F_a(z)$ – осевая сила, воспринимаемая валом, Н;

$M_x(z)$, $M_y(z)$ – изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях, воспринимаемые валом, Н·мм;

$T(z)$ – крутящий момент, воспринимаемый валом, Н·мм;

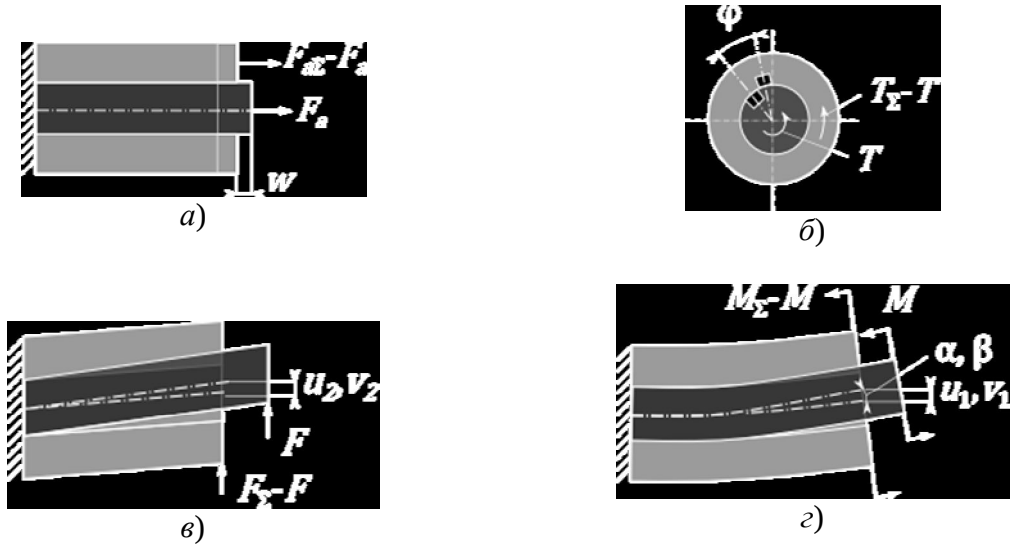
Согласно формулам (1), (2), давления *p*, окружные τ_γ и осевые τ_z составляющие касательных смещений в контактном слое связаны со сближениями δ и касательными смещениями $\delta_{\tau\gamma}$, $\delta_{\tau z}$:

$$\begin{cases} p(z,\gamma) = \dfrac{E}{\left(Rac_0\varepsilon\right)^2} = \dfrac{1}{2k_{\tau 0}\delta_0}\delta(z,\gamma); \\ \tau(z,\gamma) = \dfrac{\sqrt{Ep(z,\gamma)}}{0.5Rac_0\varepsilon}\delta_{\tau\gamma}(z,\gamma) = \dfrac{1}{k_{\tau 0}\delta_0}\delta(z,\gamma)\delta_{\tau\gamma}(z,\gamma); \\ \tau_z(z,\gamma) = \dfrac{\sqrt{Ep(z,\gamma)}}{0.5Rac_0\varepsilon}\delta_{\tau z}(z,\gamma) = \dfrac{1}{k_{\tau 0}\delta_0}\delta_{\tau z}(z,\gamma), \end{cases} \quad (5)$$

где $k_{\tau 0} = 0{,}5Rac_0\varepsilon/(Ep_0)^{0,5}$ – коэффициент касательной податливости контактного слоя при давлении p_0.

Сближение δ и касательные смещения $\delta_{\tau\gamma}$, $\delta_{\gamma z}$ в каждой точке контактного слоя зависят от деформаций вала и втулки (рис. 2).

Эти деформации удобно описать шестью функциями: $u(z) = u_1(z) + u_2(z)$ – прогиб вала относительно втулки по вертикальной оси x, состоящий из прогиба вследствие изгиба в вертикальной плоскости u_1 (рис. 2, *г*) и прогиба вследствие сдвига в вертикальной плоскости u_2 (рис. 2, *в*); $v(z) = v_1(z) + v_2(z)$ – прогиб вала относительно втулки по горизонтальной оси y, состоящий из прогиба вследствие изгиба в горизонтальной плоскости v_1 (рис. 2, *г*) и прогиба вследствие сдвига в горизонтальной плоскости v_2 (рис. 2, *в*); α(z) – угол поворота поперечных сечений вала относительно втулки вследствие изгиба в горизонтальной плоскости (рис. 2, *г*); β(z) – угол поворота поперечных сечений вала относительно втулки вследствие изгиба в вертикальной плоскости (рис. 2, *г*); φ(z) – угол закручивания вала относительно втулки (рис. 2, *б*); $w(z)$ – растяжение вала относительно втулки на оси вала (рис. 2, *а*).



а) *б*) *в*) *г*)

Рис. 2. Деформации соединения с натягом
а – растяжение (сжатие), *б* – кручение (шпоночные пазы показаны условно), *в* – сдвиг, *г* - изгиб

Сближение в контактном слое δ зависит от прогибов u, v вала относительно втулки и начального сближения от запрессовки δ_0. Окружная составляющая касательного смещения в контактном слое $\delta_{\tau\gamma}$ зависит от прогибов u, v вала относительно втулки и угла закручивания φ вала относительно втулки. Осевая составляющая касательного смещения в контактном слое $\delta_{\tau z}$ зависит от относительного растяжения (сжатия) волокон вследствие изгиба вала и втулки, а также от удлинения вала w на его оси. Эти зависимости могут быть выражены формулами:

$$\begin{cases} \delta(z,\gamma) = \delta_0 + u(z)\cos\gamma + v(z)\sin\gamma; \\ \delta(z,\gamma) = u(z)\sin\gamma - v(z)\cos\gamma - \dfrac{d}{2}\varphi(z); \\ \delta_{\tau z}(z,\gamma) = \dfrac{d}{2}(\beta(z)\cos\gamma + \alpha(z)\sin\gamma) - w(z). \end{cases} \quad (6)$$

Следующие коэффициенты характеризуют податливость контактного слоя и самих деталей:

$k_{\tau 0} = 0{,}5Rac_0\varepsilon/(Ep_0)^{0,5}$ – коэффициент податливости контактного слоя после запрессовки, мм^3/Н;

$k_{EA} = (E_1A_1)^{-1} + (E_2A_2)^{-1}$ – коэффициент, характеризующий суммарную податливость вала и втулки при растяжении-сжатии, Н$^{-1}$, где $A_1 = \pi(d^2 - d_1^2)/4$, $A_2 = \pi(d_2^2 - d^2)/4$ – площади сечений вала и втулки, мм^2;

$k_{GI} = (2G_1I_1)^{-1} + (2G_2I_2)^{-1}$ – коэффициент, характеризующий суммарную крутильную податливость вала и втулки, (Н·мм^2)$^{-1}$, где $I_1 = \pi(d^4 - d_1^2)/64$, $I_2 = \pi(d_2^4 - d^2)/64$ – моменты инерции сечений вала и втулки, $G_1 = E_1/2(1 + ?_1)$, $G_2 = E_2/2(1 + ?_2)$ – модули упругости второго рода материалов вала и втулки;

$k_{EI} = (E_1I_1)^{-1} + (E_2I_2)^{-1}$ – коэффициент, характеризующий суммарную изгибную податливость вала и втулки, (Н·мм^2)$^{-1}$;

$k_{GA} = K_1/(G_1A_1) + K_2/(G_2A_2)$ – коэффициент, учитывающий суммарную податливость вала и втулки при сдвиге от действия радиальных сил, Н$^{-1}$, где K_1, K_2 – коэффициенты, учитывающие неравномерность распределения касательных напряжений в поперечных сечениях вала и втулки; для их определения можно использовать известные зависимости [1].

Добавляя к уравнениям совместности перемещений (5), (6) уравнения равновесия кольцевого элемента вала и уравнения, связывающие деформации вала с нагрузками на валу, после ряда преобразований можно получить систему дифференциальных уравнений, решениями которой будет нахождение функций $u(z)$, $v(z)$, $w(z)$, $\alpha(z)$, $\beta(z)$, $\varphi(z)$ на некотором участке $0..L$, где функции $F_{x\Sigma}(z)$, $F_{y\Sigma}(z)$, $F_{a\Sigma}(z)$, $M_{x\Sigma}(z)$, $M_{y\Sigma}(z)$, $T(z)$ непрерывны:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\alpha}{dz^2} - k_{EI}\left(\dfrac{1}{k_{GA}} + \dfrac{\pi d^3}{8k_{\tau 0}}\right)\alpha(z) + \dfrac{k_{EI}}{k_{GA}}\dfrac{dv}{dz} + \dfrac{\pi d^2 k_{EI}}{4k_{\tau 0}\delta_0}v(z)w(z) = G_\alpha(z); \\ \dfrac{d^2\beta}{dz^2} - k_{EI}\left(\dfrac{1}{k_{GA}} + \dfrac{\pi d^3}{8k_{\tau 0}}\right)\beta(z) + \dfrac{k_{EI}}{k_{GA}}\dfrac{du}{dz} + \dfrac{\pi d^2 k_{EI}}{4k_{\tau 0}\delta_0}u(z)w(z) = G_\beta(z); \\ \dfrac{d^2u}{dz^2} - \dfrac{d\beta}{dz} - \dfrac{\pi d k_{GA}}{k_{\tau 0}}\left[u(z) - \dfrac{d}{4\delta_0}\varphi(z)v(z)\right] = G_u(z); \\ \dfrac{d^2v}{dz^2} - \dfrac{d\alpha}{dz} - \dfrac{\pi d k_{GA}}{k_{\tau 0}}\left[v(z) + \dfrac{d}{4\delta_0}\varphi(z)u(z)\right] = G_v(z0; \\ \dfrac{d^2w}{dz^2} - \dfrac{\pi d k_{EA}}{k_{\tau 0}}\left[w(z) - \dfrac{d}{4\delta_0}\left[v(z)\alpha(z) + u(z)\beta(z)\right]\right] = G_\alpha(z); \\ \dfrac{d^2\varphi}{dz^2} - \dfrac{\pi d^3 k_{GI}}{4k_{\tau 0}}\varphi(z) = G_\varphi(z), \end{cases} \quad (7)$$

где $G_\alpha(z)$, $G_\beta(z)$ $G_u(z)$, $G_v(z)$, $G_a(z)$, $G_\varphi(z)$ – функции, зависящие от внешних нагрузок, действующих на соединение:

$$\begin{cases} G_\alpha(z) = \dfrac{m_{x2}(z)}{E_2 I_2} - \dfrac{m_{x1}(z)}{E_1 I_1} + \left(\dfrac{1}{E_2 I_2} - \dfrac{k_{EI}}{k_{GA}} \dfrac{K_2}{G_2 A_2} \right) F_{y\Sigma(z)}; \\ G_\beta(z) = \dfrac{m_{y2}(z)}{E_2 I_2} - \dfrac{m_{y1}(z)}{E_1 I_1} + \left(\dfrac{1}{E_2 I_2} - \dfrac{k_{EI}}{k_{GA}} \dfrac{K_2}{G_2 A_2} \right) F_{x\Sigma(z)}; \\ G_u(z) = \dfrac{K_2}{G_2 A_2} f_{x2}(z) - \dfrac{K_1}{G_1 A_1} f_{x1}(z); \\ Gv(z) = \dfrac{K_2}{G_2 A_2} f_{y2}(z) - \dfrac{K_1}{G_1 A_1} fy(z); \\ G_\alpha(z) = \dfrac{f_{\alpha 2}(z)}{E_2 A_2} - \dfrac{f_{a1}(z)}{E_1 A_1}; \\ G_\alpha(z) = \dfrac{t_2(z)}{2G_2 I_2} - \dfrac{t_1(z)}{2G_1 I_1} \end{cases} \quad (8)$$

Граничные условия системы (7) можно получить в точках z_i, где известны нагрузки на валу M_x, M_y, F_x, F_y, T, F_a (на концах соединения). Шестое уравнений в системе (7) зависит только от угла поворота φ; его можно решить аналитически и исключить из общей системы. Оставшуюся систему из пяти дифференциальных уравнений можно решить численно. В результате решения системы дифференциальных уравнений (7), (8) с граничными условиями (9) определяются функции перемещений вала относительно втулки: $u(z)$, $v(z)$, $\alpha(z)$, $\beta(z)$, $\varphi(z)$, $w(z)$. После этого можно определить распределения нагрузок на валу.

Радиальные силы на валу передаются за счет перераспределения давления и окружных составляющих касательных напряжений в контактном слое. Радиальная сила в z-м сечении составляет:

$$F_x(z) = F_{xв}(z) + F_{xp}(z) + F_{xy}(z), \quad (9)$$

где F_{xe} – внешняя радиальная сила:

$$F_{xв}(z) = F_x(0) - \int_0^z f_{x1}(z_1)dz_1, \quad (10)$$

$F_{xp}(z)$ – радиальная сила, создаваемая перераспределением давления в контактном слое:

$$F_{xp}(z) = \frac{\pi d}{2k_{\tau 0}} \int_0^z u(z_1)dz_1, \quad (11)$$

$F_{x\gamma}(z)$ – радиальная сила, создаваемая окружными составляющими касательных напряжений в контактном слое:

$$F_{xy}(z) = \frac{\pi d}{2k_{\tau 0}} \int_0^z u(z_1)dz_1 - \frac{\pi d^2}{8k_{\tau 0}\delta_0} \int_0^z \varphi(z_1)v(z_1)dz_1. \quad (12)$$

Изгибающие моменты на валу передаются за счет перераспределения давления, окружных и осевых составляющих касательных напряжений в контактном слое. Изгибающий момент в z-м сечении составляет:

$$M_y(z) = M_{yв}(z) + M_{yp}(z) + M_{y\gamma}(z) + M_{yz}(z), \quad (13)$$

где $M_{ye}(z)$ – изгибающий момент, создаваемый внешними нагрузками:

$$M_{yв}(z) = M_y(0) - \int_0^z m_{1y}(z_1)dz_1 + \int_0^z F_{xв}(z_1)dz_1, \quad (14)$$

$M_{yp}(z)$ – изгибающий момент, создаваемый перераспределением давления в контактном слое:

$$M_{yp}(z) = -\int_0^z F_{xp}(z_1)dz_1, \tag{15}$$

$M_{y\gamma}(z)$ – изгибающий момент, создаваемый окружными составляющими касательных напряжений в контактном слое:

$$M_{y\gamma}(z) = -\int_0^z F_{x\gamma}(z_1)dz_1, \tag{16}$$

$M_{xz}(z)$, $M_{yz}(z)$ – изгибающие моменты, создаваемые осевыми составляющими касательных напряжений в контактном слое:

$$M_{yz}(z) = \frac{\pi d^3}{8k_{\tau 0}}\int_0^z \beta(z_1)dz_1 - \frac{\pi d^2}{4k_{\tau 0}\delta_0}\int_0^z u(z_1)w(z_1)dz_1. \tag{17}$$

Анализ результатов расчета по формулам (14)..(17) (см. рис. 3) показывает, что перераспределением давления воспринимается от 15 до 30% изгибающего момента, а остальная нагрузка воспринимается окружными и осевыми составляющими касательных напряжений в контактном слое, что подтверждает результаты исследований [18].

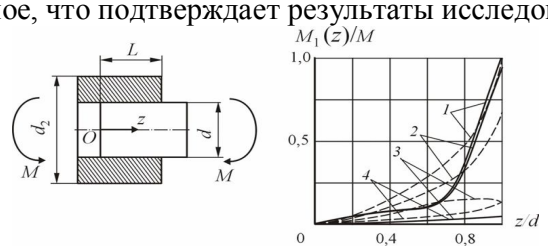


Рис.3. Распределение изгибающего момента вала по его длине (сплошные линии − по нашему расчету, пунктир − по расчету Н. Хёслера): суммарного (1); передаваемого касательными напряжениями τ_z (2); передаваемого перераспределением давления p (3), передаваемого касательными напряжениями τ_γ (4)

Выводы:

1. Анализ деформированного состояния соединения с натягом можно производить следующим образом: соединение разделяется на участки так, чтобы сосредоточенные нагрузки были приложены на концах участков. Для каждого участка записывается система уравнений (7), (8). В точках, где известна доля нагрузки, воспринимаемой валом, (в начале и на конце соединения) составляются граничные условия вида (9). Система уравнений решается численно или, в некоторых частных случаях, аналитически. При этом определяются функции: прогиба вала относительно втулки $u(z)$, $v(z)$; поворота сечений вала относительно втулки $\alpha(z)$, $\beta(z)$; закручивания вала относительно втулки $\varphi(z)$; растяжения вала относительно втулки $w(z)$.
2. Распределение нагрузок на валу может быть определено по формулам выражений (9)..(17). Распределение сближений и касательных смещений в контактном слое может быть определено по формулам (6). Распределение давлений и касательных напряжений в контактном слое может быть определено по формулам (5).
3. При передаче соединением с натягом изгибающего момента большая доля нагрузки воспринимается окружными и осевыми составляющими касательных напряжений в контактном слое (70...85%).

Список литературы:

1. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1986. с.

2. Бидерман В.Л., Тимонин В.М., Ярошенко М.В. Остаточные деформации в прессовых соединениях при поперечном изгибе // Вестник машиностроения. 1981, № 10. С. 18 − 20.

3. Гречищев Е.С., Ильяшенко А.*А*. Соединения с натягом. – М.: Машиностроение, 1981. 247 с.

4. Демкин Н.Б. Контактирование шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970. 227 с.

5. Иванов А.С. Нормальная, угловая и касательная контактные жесткости плоского стыка // Вестник машиностроения, 2007, № 7. С. 34 – 37.

6. Иванов А.С., Воронцов А.В., Терехин С.А. Расчет соединения с натягом на несдвигаемость с учетом контактной жесткости сопрягаемых поверхностей // Вестник машиностроения, 2003, № 2. С. 19 – 22.

7. Иванов А.С., Ермолаев М.М. Влияние волнистости шероховатых поверхностей на их контактную жесткость // Известия ВУЗов: Машиностроение, 2012. Спец. выпуск. С. 8 − 16.

8. Иванов А.С., Ермолаев М.М. Локальное проскальзывание в соединении с натягом при нагружении крутящим моментом // Вестник машиностроения. 2010, № 6. С. 46 − 50.

9. Иванов А.С., Ермолаев М.М. Работа соединения с натягом при передаче соединением изгибающего момента // Вестник машиностроения, 2009, № 5. С. 45 − 48.

10. Иванов А.С., Измайлов В.В. Расчет контактной деформации при конструировании машин // Трение и смазка в машинах и механизмах, 2006, № 8. С. 3 – 10.

11. Иванов А.С., Попов Б.А. Расчет соединения с натягом с учетом контактной жесткости сопрягаемых поверхностей // Вестник машиностроения, 2005, № 4. С. 31 – 36.

12. Иосилевич Г. Б. Концентрация напряжений и деформаций в деталях машин. – М.: Машиностроение, 1981. 224 с.

13. Иосилевич Г.Б., Лукащук Ю.А. Влияние некоторых конструктивных факторов на распределение напряжений в соединениях с натягом // Вестник машиностроения, 1980, № 4. С. 22 − 23.

14. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. 264 с.

15. Максак В.И., Советченко Б.Ф. Расчет смещений в соединениях с натягом при нагружении их крутящим моментом // Машиноведение, 1975, № 5. С. 63 − 68.

16. Решетов Д.Н. Детали машин. М.: Машиностроение, 1989. 496 с.

17. Решетов Д.Н., Хачиян Г.А., Лейках Л.М. Скорость сползания в циркуляционно-нагруженных соединениях с натягом // Известия ВУЗов: Машиностроение, 1980, № 12. С. 53 − 57.

18. Hausler N. Zum Mechanismus der Biegemomentubertragung in Schrumpfverbindungen // Konstruktion, 1976, 28, N 3. P. 103 − 108.

Поступила в редколлегию 24.04.2015 г.