УДК 539.3, 539.374

В. Ю. Марина, д-р физ.-мат. наук, проф., **В. И. Марина,** канд. физ.-мат. наук, доцент
Технический Университет Молдовы, Молдавия
Тел./факс: +373 69954175, E-mail: marina_viorica@yahoo.com

СРАВНЕНИЕ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ УЧИТЫВАЮЩИХ НЕРАВНОМЕРНОСТЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И НАГРУЖЕНИЯ В ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛАХ

Проводится сопоставление кинематических соотношений полученных в рамках модели самосогласования Крёнера и эктремума несоответствия естественной макромеры работы изменения формы от усреднённой по объёму соответствующей микромеры. Обсуждаются достоинства и недостатки этих подходов при описании механического поведения материала. Сопоставляются теоретические результаты полученные в рамках данных моделей с опытными данными для четырёх материалов.
Ключевые слова: *многоэлементные модели, кристалл, поликристалл, механическое поведение, константы упругости.*

V. Iu. Marina, V. I. Marina

COMPARISON OF MULTIPLE MODEL TAKES INTO ACCOUNT THE UNEVENNESS OF DEFORMATION AND LOADING IN POLYCRYSTALLINE MATERIALS

A comparison of the kinematic relations obtained in the model of the self-Kroner and natural inconsistencies extremum macroelements works by changing the shape averaged over the volume of the corresponding micromeres. The advantages and disadvantages of these approaches in the description of the mechanical behavior of the material are discussed. We compare theoretical results obtained in the framework of these models with experimental data for the four materials.
Key words: *multi-element model, crystal, polycrystal, mechanical behavior, elastic constants*

1.Введение

Из анализа работ по теории определяющих уравнений видно, что для описания новых эффектов наблюдаемых при деформировании твёрдых тел, работающих в усложнённых термоусловиях предлагаются всё более сложные феменологические физические уравнения, предназначенные для описания связи между тензорами напряжений и деформаций. К наиболее плодотворным принципиальным концепциям, применяемым при создании современных теорий определяющих уравнений относиться идея, согласно которой макроскопически однородный элемент тела представляется в виде бесконечного или конечного числа связанных между собой подэлементов наделённых простейшими свойствами: упругостью, вязкопластичностью и упрочнением вызванных необратимой деформацией. Несмотря на то, что подэлементы обладают только элементарными свойствами в силу взаимодействия между ними, их совокупность даёт возможность описать свойства запаздывания скалярных и тензорных свойств при сложном нагружении по прямолинейным траекториям и т.д. В этих подходах, сложная картина внешне не связанных между собой особенностей необратимого деформирования материалов, проявляемых при различных программах изменения нагрузки и температуры, становиться обозримой и взаимосвязанной.

Многоэлементные модели, которые ещё называют структурными моделями, предложенные различными авторами, отличаются друг от друга принятыми соотношениями между локальными и общими механическими параметрами. Эти параметры включают напряжения и деформации на локальном и макроскопическом уровнях. В одних вариантах [1-3, и др.] предполагается равенство локальных и макроскопических

© Марина В.Ю., Марина В.И.; 2016

.

деформаций, а в других – локальных и макроскопических напряжений [4,6 и др.] тем самым учитываются или только неравномерность деформирования или только неравномерность нагружения, что сильно сужает возможности структурной модели. Первую попытку построить модель, в рамках которой был бы возможен одновременный учёт неравномерности нагружения и деформирования подэлементов сделан Крёнером в работе [7] при расчёте свойств поликристаллических материалов на основе свойств монокристаллов. Модель Крёнера основана на рассмотрении влияния осреднённого взаимодействия между группами кристаллов с включением сферической формы. Очевидным недостатком этой модели является то, что реальная форма зёрен представляется в виде сферического или эллипсоидального включения. Отметим так же, что полученные этим методом соотношения не согласуются с первым законом термодинамики.

В работах [8-11] предложен способ установления взаимосвязи между макро и микро состояниями не связанный с формой реальных кристаллов и удовлетворяющий законам термодинамики. Данный способ основан на законах термодинамики и использовании свойств переменных которые не совпадают с формальным осреднением соответствующих микровеличин.

Отмеченные способы конкретизации взаимосвязи макро и микро состояний получили широкое распространение. Однако, детальный анализ отличительных особенностей этих способов не проведён. Учитывая теоретическую и практическую ценность данных моделей важно сопоставить основные следствия вытекающие из них, а так же соответствия с экспериментом.

2. Сопоставление уравнений связи макро и микро состояния

Крёнер при рассмотрении влияния осреднённого взаимодействия между группами кристаллов основывался на решении Эшебли задаче о включении сферической формы и в результате получил следующие кинематические уравнения связи между подэлементами

$$\bar{t}_{ij} - t_{ij} = 3b_1(d_{kk} - \bar{d}_{kk}) + 2b_2(d_{ij} - \bar{d}_{ij})\,, \tag{1}$$

где

$$b_1 = \mu\frac{\lambda + 6\mu}{3\lambda + 8\mu}, \quad b_2 = \frac{\mu}{2}\frac{9\lambda + 14\mu}{3\lambda + 8\mu}\,, \tag{2}$$

$\bar{t}_{ij}, \bar{d}_{ij}$ - компоненты тензоров напряжений и деформаций в различных кристаллах (подэлементах); t_{ij}, d_{ij} - компоненты тензоров макроскопических напряжений и деформаций соответственно; μ, λ - константы Ламе рассматриваемого поликристалла.

Разложив компоненты тензоров напряжений и деформаций на девиаторные ($\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$) и шаровые части ($\sigma_0, \varepsilon_0$), получим

$$\bar{t}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} + \bar{\sigma}_0\delta_{ij}\,, \quad t_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_0\delta_{ij}\,, \quad \bar{d}_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij} + \bar{\varepsilon}_0\delta_{ij}\,, \quad d_{ij} = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_0\delta_{ij}\,.$$

Соотношения Крёнера (1), (2) в случае поликристаллов с кубической решёткой принимают вид

$$\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij} = 2b_2\left(\varepsilon_{ij} - \bar{\varepsilon}_{ij}\right), \tag{3}$$

$$\bar{\sigma}_0 = \sigma_0,\ \bar{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0 . \tag{4}$$

В работе [8-11] было показано, что соотношения (3), (4) не удовлетворяют первому закону термодинамики при любом значении d_2 в интервале $0 < d_2 < \infty$; нижний предел соответствует условию однородному напряжённому состоянию, а верхний - однородному деформированному состоянию. Тот факт, что в формулах (1)–(4) не фигурируют константы упругости монокристаллов, указывает на чистую феномелогичность принятых предположений.

Выгодно от других многоэлементных моделей учитывающих неравномерность деформирования и нагружения на микроскопическом уровне относиться структурная модель Марина, предложенная в работах [8-11]. В этих работах кинематическая схема взаимодействия между подэлементами строиться на основе соотношения Хилла [12]

$$t_{ij} = \left\langle \bar{t}_{ij} \right\rangle = \frac{1}{V_0}\int_{V_0} \bar{t}_{ij}dV\ ,\quad d_{ij} = \left\langle \bar{d}_{ij} \right\rangle = \frac{1}{V_0}\int_{V_0} \bar{d}_{ij}dV\ , \tag{5}$$

$$\left\langle \bar{t}_{ij}\bar{d}_{ij} \right\rangle = \left\langle \bar{t}_{nm} \right\rangle \left\langle \bar{d}_{nm} \right\rangle = t_{pq}d_{pq}\,, \tag{6}$$

где V_0 - минимальный объём материала, который содержит достаточное для осреднённого описания количества структурных элементов.

Исходя из условия Хилла (5), (6) в [8] было предложено выражение которое содержит в себе и предельные варианты $\bar{t}_{ij} = t_{ij}$ (однородное напряжённое состояние), $\bar{d}_{ij} = d_{ij}$ (однородное деформированное состояние)

$$\left\langle \left(\bar{t}_{ij} - t_{ij}\right)\left(\bar{d}_{ij} - d_{ij}\right) \right\rangle = 0\ . \tag{7}$$

Из опыта известно, что механизмы деформирования структурных элементов внутри конгломерата (объёма V_0) приводят к процессу самосогласования (когерентности) процессов деформирования и нагружения. Положение о явлении самосогласования таких процессов учитывается на основе принципа осреднённых связей [8]: взаимодействия между подэлементами в конгломерате формируются под влиянием лишь одних осреднённых связей.

Исходя из этого в работах [8-11] был сделан вывод, что флуктуации напряжений являются функциями флуктуаций деформаций. Так же был принят постулат согласно которому скалярное произведение между тензорами флуктуаций напряжений и деформаций равно нулю

$$\left(\bar{t}_{ij} - t_{ij}\right)\left(\bar{d}_{ij} - d_{ij}\right) = 0\ . \tag{8}$$

Переходя в выражении (8) от тензоров напряжений и деформаций к девиаторным и шаровым составляющим, установим первое условие связи макро и микросостояний, которое обеспечивает и выполнение первого закона термодинамики

$$\left(\overline{\sigma}_{ij}-\sigma_{ij}\right)\left(\overline{\varepsilon}_{ij}-\varepsilon_{ij}\right)+3\left(\overline{\sigma}_{0}-\sigma_{0}\right)\left(\overline{\varepsilon}_{0}-\varepsilon_{0}\right)=0\ . \tag{9}$$

Дополнительно к равенству (9) для флуктуаций девиаторных частей тензоров напряжений и деформаций было принято соотношение [8-11]

$$\overline{\sigma}_{ij}-\sigma_{ij}=B(\varepsilon_{ij}-\overline{\varepsilon}_{ij})\ , \tag{10}$$

где B - внутренний параметр содержащий информацию о микроскопических характеристиках подэлементов.

В фундаментальных соотношениях (9), (10) фигурирует неизвестный структурный параметр B без которого нельзя переходить от микросостояния к макросостоянию.

Из (5), (6) видно, что усреднения по объёму напряжений, деформаций и их скалярных произведений зависят единственным образом от данных на поверхности S_0. Однако, не все микроскопические переменные обладают этими специфическими свойствами, ряд средних значений от микровеличин отличается от аналогичных макроскопических мер. В частности в [12] было показано, что естественные макромеры пластической работы отличаются от усреднений по объёму своих микромер. Естественно, что для анализа следует использовать переменные, для которых не требуется обращение к каким-либо частным определяющим законам. Большой интерес представляет исследование закономерности изменения произведений девиаторных $\overline{\sigma}_{ij},\overline{\varepsilon}_{ij}$ или шаровых величин $\overline{\sigma}_0,\overline{\varepsilon}_0$ в различных процессах обратимого или необратимого деформирования.

Соотношения типа

$$\Delta=\left\langle\overline{\sigma}_{ij}\overline{\varepsilon}_{ij}\right\rangle-\left\langle\overline{\sigma}_{ij}\right\rangle\left\langle\overline{\varepsilon}_{ij}\right\rangle\neq 0$$

которое в [8-11] названо несоответствием мер, зависит не только от данных на поверхности конгломерата но и от его структурных особенностей. Так как в двух предельных вариантах $\bar{t}_{ij}=t_{ij}$ и $\bar{d}_{ij}=d_{ij}$ несоответствие Δ аннулируется, то всегда существует некоторая промежуточная схема взаимодействия между подэлементами, для которой Δ принимает экстремальное значение. В работе [8-11] сформулирован принцип, согласно которому во всех реальных взаимодействиях несоответствие Δ принимает экстремальное значение

$$\left\langle\overline{\sigma}_{ij}\overline{\varepsilon}_{ij}\right\rangle-\left\langle\overline{\sigma}_{ij}\right\rangle\left\langle\overline{\varepsilon}_{ij}\right\rangle=Extr. \tag{11}$$

На основе выражений (9)-(11) можно построить определяющие макроскопические уравнения связи между тензорами напряжений и деформаций на основе физических соотношений подэлементов. В работе [13-15] были исследованы закономерности изменения девиаторов тензоров напряжений и деформаций в поликристаллических материалах с кубической кристаллической решёткой. Кроме того, в этих работах были получены выражения для макроскопических констант упругости и внутреннего параметра B в виде простых формул

$$B=\sqrt{\frac{c_{44}(c_{11}-c_{12})[4c_{44}+3(c_{11}-c_{12})]}{3c_{44}+c_{11}-c_{12}}}=2c_{44}\sqrt{\frac{2A+3}{A(3A+2)}}\ , \tag{12}$$

$$G=\sqrt{\frac{c_{44}(c_{11}-c_{12})[3c_{44}+c_{11}-c_{12}]}{4c_{44}+3(c_{11}-c_{12})}}=\sqrt{G_R G_V}=c_{44}\sqrt{\frac{(3A+2)}{A(2A+3)}}\ . \tag{13}$$

$$K=c_{11}+2c_{12}\,,\quad A=\frac{2c_{44}}{c_{11}-c_{12}}\,, \tag{14}$$

где c_{11}, c_{12}, c_{44} - константы упругости кристаллов, A - фактор анизотропии кристаллов, G,K - макроскопические константы упругости, G_k, G_v - макроскопические модули сдвига полученные Войгтом в 1928 году $\left(\bar{d}_{ij}=d_{ij}, B=\infty\right)$ и А.Рейссом в 1929 году $\left(\bar{t}_{ij}=t_{ij}, B=0\right)$. Формулы (13), (14) хорошо согласуются с опытом.

Для удобства сравнения параметра отражающего степень неравномерности полей напряжений и деформаций B с другими моделями, формулу (12) с помощью выражения (13) представим в виде

$$B_m=2G\frac{3+2A}{2+3A}\,. \tag{15}$$

В самосогласованной модели Крёнера, выражение (2) принимает вид

$$B_k=2d_2=2G\frac{7-5\nu}{8-10\nu}\,, \tag{16}$$

где ν – коэффицент Пуассона. Таким образом, в рассматриваемых подходах, удаётся выразить параметр B через одну общую константу G и переменную зависящую от модели.

В модели Марина параметр отражающий степень неравномерности деформирования и нагружения кристаллов в поликристаллическом материале, выражается через макроскопический модуль сдвига G и фактора анизотропии кристаллов A (15), а в модели Крёнера – через модуль сдвига G и коэффицент Пуассона ν (16). Данное различие имеет принципиальный характер не только в количественном отношении, но и в методологическом плане. В отличии от подхода Крёнера, подход Марина позволяет получить искомые зависимости в виде простых формул, которые не только упрощают количественные расчёты, но и выдают множество полезных качественных результатов.

В табл.1 приведены экспериментальные данные для констант упругости монокристаллов и поликристаллов [6] и теоретические значения модуля сдвига вычисленные на основе моделей Крёнера (G_k) и Марина (G_m), а так же расчётные значения для параметра B в рассматриевамых вариантах B_k, B_m соответственно.

Таблица 1.
Экспериментальные и теоретические константы упругости монокристаллов и поликристаллов

Элемент	Монокристаллы, $10^5 MPa$			Поликристаллы, $10^5 MPa$				
	c_{11}	c_{12}	c_{44}	G_m	G_k	G	B_m	B_k
Al	1,082	0,613	0,285	0,264	0,264	0,264	0,508	0,613
$\alpha - Fer$	2,37	1,41	1,16	0,811	0,82	0,785	1,32	1,74
Au	1,86	1,57	0,42	0,273	0,286	0,277	0,456	0,716
Cu	1,684	1,214	0,754	0,467	0,482	0,442	0,716	1,034

Из таб.1 видно, что теоретические значения модуля сдвига полученные на основе модели Марина лучше согласуются с экспериментом чем вычисленные на основе моделей Крёнера. Различия между значениями внутреннего параметра B в рассматриеваемых моделях существенно; например для Cu это различие составляет 44%. Данное различие сильно увеличивается при нагружении материала в необратимой области.

3. Уравнение композиции для необратимых процессов нагружения

Согласно Хиллу [12] соотношения Крёнера (3), (4) приписывают внешней фазе такую осреднённую изотропную связь, что агрегат в действительности оказывается таким, как если бы приращения его деформации всегда были чисто упругими. Это не учитывает явно выраженные направленные ослабления связей уже перешедшего в текучее состояние агрегата. Бервей и Заул [16] в соответветствии с анализом Хилла видоизменили модель Крёнера, учитывая межзёренную пластическую аккомодацию. Из этого анализа следует, что B в (10) становиться зависимым от макроскопической пластической деформации таким образом, что он быстро уменьшается: начиная от $2G$ (чисто упругая межзёренная аккомодация) до значений, меньше его на один – два порядка

$$B = \frac{2GD}{1-D}, \quad D = \left\{1 + \frac{[3-(1-2\nu)\alpha][3+5(1-2\nu)\alpha]}{(1-\nu)\alpha[9+5(1-2\nu)\alpha]}\right\}^{-1}, \quad \alpha = \frac{\mathrm{E_s}}{E}, \tag{17}$$

где $E_s = t_{11}/d_{11}$ - секущий модуль определяемый на основе диаграммы растяжения материала. Заметим, что процесс межзёренной пластической аккомодации рассматривается для частного случая нагружения – одноосного растяжения. Способ обобщения этого результата на случай сложного напряжённого состояния не указан.

Благодаря тому, что соотношения (11) не содержат ссылки на природу процесса деформирования, переход от микросостояния к макросостоянию в пластической области не требует каких нибудь дополнительных гипотез анализа. Так же как и в упругой области внутренний параметр B зависит от принятых физических соотношений на локальном уровне. Если предположить, что подэлементы упруго изотропны, а при пропорциональном нагружении макроскопического элемента тела, на микроскопическом уровне справедлива теорема о простом нагружении А.А. Ильюшина,

$$\frac{\bar{\sigma}_{ij}}{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{\varepsilon}_{ij}}{\bar{\varepsilon}} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon}, \quad \bar{\sigma} = \sqrt{\bar{\sigma}_{ij}\bar{\sigma}_{ij}}, \ \bar{\varepsilon} = \sqrt{\bar{\varepsilon}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij}}.$$

уравнение композиции (10) примет вид

$$\bar{\sigma} - \sigma = B(\varepsilon - \bar{\varepsilon}). \tag{18}$$

При описании склерономных неизотермических необратимых процессов деформирования, хорошие результаты получаются на основе следующих локальных физических соотношений

$$\bar{\sigma}(\psi, \bar{\varepsilon}, T, \gamma) = \begin{cases} \tau(\psi, T, \gamma)(1-\chi) + 2G\chi\bar{\varepsilon}(\psi), \; \psi < \psi' \\ \tau(\psi', T, \gamma), \quad \psi \ge \psi' \end{cases}, \tag{19}$$

$$\sigma = \int_0^1 \bar{\sigma} d\psi, \quad \varepsilon = \int_0^1 \bar{\varepsilon} d\psi, \quad \int_0^1 d\psi = 1, \quad \gamma = \frac{\sqrt{\dot{p}_{ij}\dot{p}_{ij}}}{\psi'}, \tag{20}$$

где ψ' - текущее значение веса необратимо деформированных подэлементов, $\tau(\psi, T, \gamma)$ - значения модулей напряжения подэлемента в момент перехода из упругого состояния в неупругое (предел упругости), $2G\chi$ - модуль упрочнения подэлементов, который совпадает с модулем упрочнения монокристалла на второй стадии деформирования (множественного скольжения), γ - средняя скорость необратимой деформации в подмножестве необратимо деформированных подэлементов, T – температура элемента тела, $\dot{p}_{ij}$ - макроскопическая скорость необратимой деформации. В (19), (20) интегральная функция распределения начальных предельных упругих деформаций ψ используется в качестве различающего параметра подэлемента, который при первоначальном нагружении совпадает с весом необратимо деформированных подэлементов в момент его выхода за пределы упругости.

Механические характеристики подэлементов определяются на основе диаграммы деформирования материала построенной в координатах модулей девиаторов напряжений и деформаций $\sigma \sim \varepsilon$ при различных постоянных температурах T и скоростях деформирования. В работе [8] получены соотношения

$$\psi' = \frac{\chi + b}{1-\chi}\frac{1-e'}{b+e'}, \quad e' = \frac{1}{2G}\frac{\partial\sigma(\varepsilon, T, \gamma)}{\partial\varepsilon}, \tag{21}$$

$$\tau(\psi', T, \gamma) = \frac{\sigma(\varepsilon, T, \gamma) + B\varepsilon}{1+b}, \quad b = \frac{B}{2G}. \tag{22}$$

На основе соотношений (11) – (22) получена следующая формула для параметра B

$$B = 2G\sqrt{\chi} \tag{23}$$

На стадии пластического деформирования всего множества подэлементов, модуль упрочнения $2G\chi$ совпадает с касательной к диаграмме $\sigma \sim \varepsilon$: $2G\chi = \dfrac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon} / \varepsilon \ge \varepsilon_*$, где ε_* - значение ε в момент выхода за пределы упругости наиболее прочного подэлемента $\psi = 1$. С учётом этой зависимости соотношения (15), (23) можно обобщить в одну общую формулу

$$B = \sqrt{2G\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}}. \tag{24}$$

В чисто упругой области из (24) получаем значения параметра B для упругоизотропных кристаллов $B = 2G$, а в чисто пластической области (все подэлементы вышли за предел упругости) - $B = 2G\sqrt{\chi}$. Сопоставляя (17) с (24) заметим, что оба подхода дают в необратимой области значения параметра B на порядок меньше чем в упругой области. Однако форма кривых $B = B(\varepsilon)$ сильно отличается. Так например, на втором участке упрочнения зёрен в модели Марина $B = 2G\sqrt{\chi} = const.$, а в модели Бервея и Заула параметр B продолжает уменьшаться.

Важно заметить, что модель [8-10] описывает с единых позиций поведение материалов с монотонными и немонотонными диаграммами нагружения (с площадкой или с зубом текучести) процессы ползучести и релаксации напряжений, и ряд других термомеханических эффектов необратимого деформирования. Подход разработанный в [12,16] ограничивается только склерономными процессами нагружения.

4. Заключение

1. Сопоставлены два известных подхода конкретизации связи макросостояния и микросостояния применяемых в многоэлементных моделях, которые отражают неоднородность протекания процессов деформирования и нагружения в макроскопическом однородном элементе тела. Уравнения композиции используемые в методе самосогласованности Крёнера с одной стороны не согласуются с первым законом термодинамики, а с другой не могут быть распространены естественным образом на случай необратимых процессов деформирования.

2. Способ конкретизации уравнений композиции основанный на свойстве экстремальности несоответствия осреднённого по объёму скалярного произведения девиаторов тензоров деформаций и напряжений более естественен и применим для любых процессов обратимого или необратимого деформирования. Теоретические результаты полученные в методе экстремума несоответствия макроскопической меры с соответствующим осреднённым микроскопическом аналогом лучше согласуется с опытом, чем данные вычисленные в рамках модели самосогласования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Voigth W. Lehrbuch der Kristallphysik, – Berlin: Teubner., 1928. – 962 p.

2. Бесселинг И. Ф. Теория пластического течения начально изотропного материала, который анизотропно упрочняется при пластических деформациях. Механика, 1961, – № 2. – С. 124–168.

3. Гохфельд Д. А., Садаков О. С. Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторных напряжениях. – Москва: Машиностроение, 1984. – 256 с.

4. Reuss A. Beechnung der Fliebgrenze von Mischkristallen of Grund der Plastizitatsbedingung fur Einfristtalle.Z.angev. Math.and Mech., 1929. – № 1. – P.49-63.

5. Шуткин А. С. Подходы к обобщению определяющих соотношений деформируемых твердых тел на область конечных деформаций, Мех. композиц. матер. и конструкций. – Москва, – N 2, 2011. Т.16, – С.166–180.

6. Онами М., Ивасимдзу С., Гэнка К., Сиодзява К., Танака К. под ред. Онами Введение в микромеханику, пер. с япон. – Москва: Металлургия, 1987. – 280 с.

7. Kröner E. On the physical reality of torque stresses in continuum mechanics. Gauge theory with dislocations. Int. J. Engng. Sci. 1, 1963. – P.261-278.

8. Марина В. Ю. Многоэлементная модель среды, описывающая переменные сложные неизотермические процессы нагружения. Автореферат диссертации док. физ.-мат. наук. Институт механики АН Украины. -Киев. 1991. – 36 с.

9. Marina V. The influence of the microheterogeneity on the metallic materials behavior during irreversible processes. -Bucureşti: Metallurgy and new Materials Researches. Vol.II, nr.3, 1994. –P.50–61.

10. Марина В. Ю. Уравнения упругопластического тела при пропорциональном неизотермическом нагружении, Прикладная механика, 1997. – N. 6, – С.9–17.

11. Marina V. The principles of the Transition from a Microscopic to a Macroscopic State. Science of Sintering, – Belgrad. 2000, – P.51–55.

12. Хилл Р. Об определяющих макроскопических переменных для неоднородных твёрдых тел при конечных деформациях. Механика (сб. перевод, иностр. статей)., 1973, – № 1. – С.111–128.

13. Марина В. Ю., Об одном новом методе определения макроскопических параметров упругости, Прогрессивные технологии и системы машиностроения, Международный сборник научных трудов, – № 25. – Донецк, 2003. – С.248–252.

14. Марина В. Ю., Марина В. И. Оценка влияния вида нагружения и структуры материала на поле микронапряжений и деформаций в рамках структурной модели среды, Машиностроение и техносфера XXI века, Сборник трудов XIII Международной научно-технической конференции, –Т. 3, 2006. – С.28–34.

15. Marina Viorica, The analyze of behavior of polycrystalline materials with cubic lattice, Research trends in mechanics, vol.3, Editura Academiei Romine, - Bucureşti. 2011, – P 227–246.

16. Брето, Мюссо, Рей. Микронеоднордность пластической деформации и микроскопические свойства однофазных и многофазных материалов, Теоретические основы инженерных расчётов, 1984, – Москва. – №. 4, – С. 18–26.

17. Волков-Богородский Д. Б., Лурье С. А. Интегральные формулы Эшелби в градиентной теории упругости, Изв. РАН. Мех. тверд. тела N 4, 2011, – С.182–192.

Поступила в редколлегию 10.12.2015 г.