**УДК 641.5.06:620.111**

**И. Н. Заплетников**, д-р техн. наук, проф., **Д. Г. Попов**, магистр
ГО ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли
им. М.Туган-Барановского»

# ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАШИН ОЧИСТКИ КОРНЕКЛУБНЕПЛОДОВ ПО КРУТИЛЬНЫМ КОЛЕБАНИЯМ

*В статье приведены амплитудно-частотные характеристики механической системы машины очистки корнеклубнеплодов. Составлена пятимассовая модель по крутильным колебаниям, вычислены собственные частоты крутильных колебаний, относительные амплитуды углов закручивания масс, вычислены амплитуды углов закручивания масс в номинальном режиме работы электродвигателя. Получены матрицы моментов инерции и коэффициентов жёсткости динамической модели.*

***Ключевые слова:*** *крутильные колебания, угол закручивая, амплитуда, частота, свободные и вынужденные колебания, матрица.*

**I. N. Zapletnicov, D. G. Popov**

**DYNAMIC MODEL OF MACHINES OF CLEANING OF ROOT CROPS ON TURNING VIBRATIONS**

*The gain-frequency characteristics of the mechanical system of machine of cleaning of root crops are resulted in the article. A fivemass model is made on turning vibrations, the eigenfrequencies of turning vibrations, relative amplitudes of corners of rollup of the masses, are calculated, amplitudes of corners of rollup of the masses are calculated in the nominal mode of operations of electric motor. The matrices of moments of inertia and coefficients of inflexibility of dynamic model are got.*

***Keywords****: turning vibrations, twirling a corner, amplitude, frequency, free and forced vibrations, matrix.*

## 1. Введение

Машины очистки корнеклубнеплодов типа МОК широко представлены на предприятиях общественного питания. С их помощью достигается механизация ручного труда работников, что значительно увеличивает производительность труда. Работоспособность данных машин имеет большое значение для бесперебойной и эффективной работы предприятий общественного питания. В свою очередь на работоспособность машин МОК оказывают негативное влияние возникновение крутильных колебаний от динамических процессов, происходящих при работе машины.

Проблеме исследования крутильных колебаний посвящено достаточно большое количество трудов. Анализом крутильных колебаний технических систем начали заниматься ещё в начале прошлого века, когда встала проблема поломок валов некоторых силовых установок. Эта проблема активизировала так же создание аппаратуры для измерения вибрационных явлений и разработку методов их расчёта. Особенно эти исследования нашли широкое применение в тяжёлом машиностроении [1,2]. Однако исследованиям крутильных колебаний машин перерабатывающей и пищевой промышленности уделено недостаточное внимание.

Целью работы является расчёт амплитуд и частот свободных и вынужденных крутильных колебаний. Наибольшее распространение на этих предприятиях для выполнения технологической операции – очистки корнеклубнеплодов от кожуры, получили машины МОК-150. Они имеют незначительные габариты, массу, энергопотребление, удобны в обслуживании и эксплуатации.



.

## 2. Основное содержание и результаты работы

Конструкция машины очистки корнеклубнеплодов МОК-150 (рис.1) включает асинхронный электродвигатель АИР71А4 1, вращение от которого через клиноременную передачу 2,3 передаётся на вал рабочего органа 4 в подшипниковых опорах и рабочий орган – абразивный терочный диск 5. Для исследования крутильных колебаний необходимо определить моменты инерции элементов конструкции и жёсткости упругих участков конструкции. Моменты инерции вышеперечисленных деталей машины вычислялись с использованием системы твёрдотельного 3D моделирования КОМПАС и приведены в таблице 1.

Таблица 1. Инерционно-жёсткостные характеристики механической части машины.

| Деталь машины | Момент инерции ($I$), кг/м$^2$ | Жёсткость ($C$), Нм/рад |
|---|---|---|
| Ротор электродвигателя | $1{,}3\cdot10^{-3}$ | - |
| Вал электродвигателя | $4{,}63\cdot10^{-6}$ | $1{,}9\cdot10^{4}$ |
| Ведущий шкив | $3{,}84\cdot10^{-4}$ | - |
| Клиноременная передача | - | $4\cdot10^{3}$ |
| Ведомый шкив | $2{,}46\cdot10^{-2}$ | - |
| Вал рабочего органа | $7{,}05\cdot10^{-5}$ | $1{,}9\cdot10^{6}$ |
| Рабочий орган | 0,21 | - |

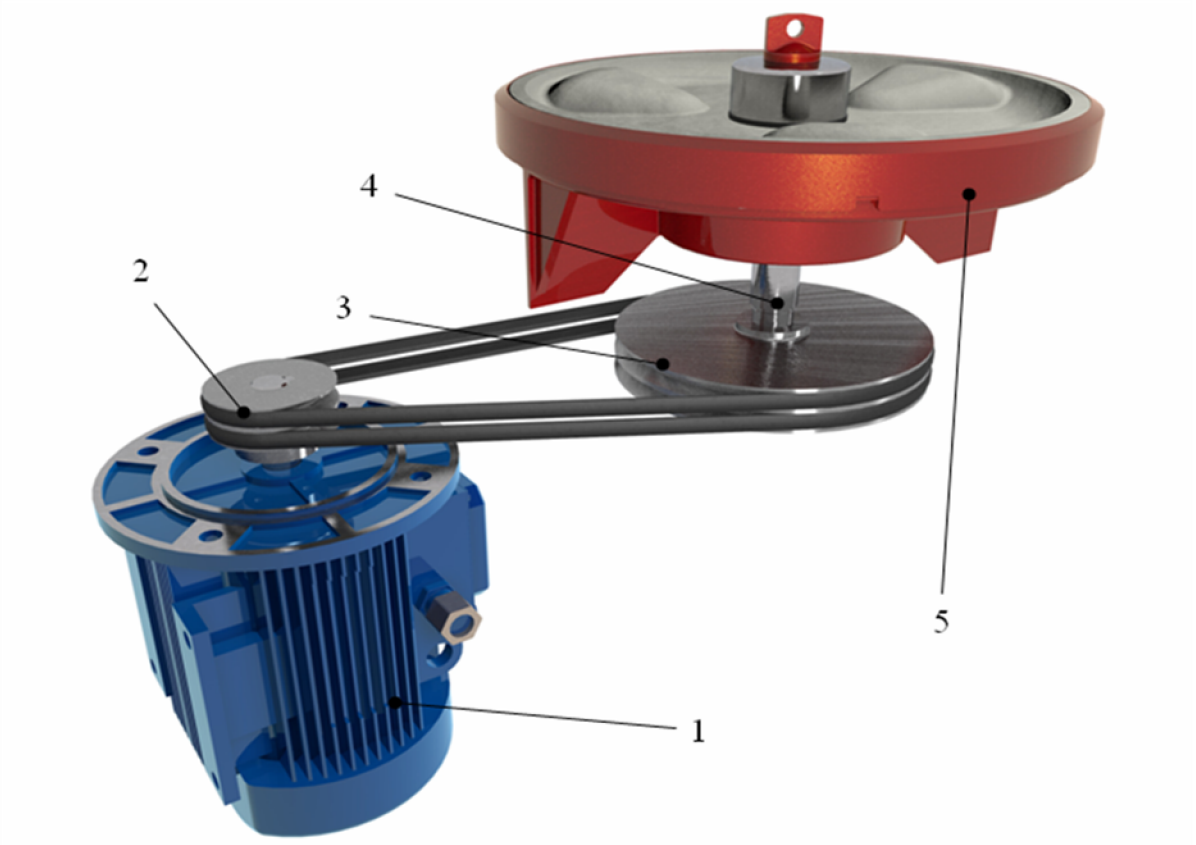


Рис. 1. Механическая часть машины очистки корнеклубнеплодов МОК-150.

1 – асинхронный электродвигатель; 2 – вал электродвигателя и ведущий шкив; 3 – ведомый шкив; 4 – вал рабочего органа; 5 – рабочий орган (тёрочный диск).

Как показали экспериментальные исследования нагрузок в машине МОК-150 [3,4] на вал рабочего органа машины действует среднемаксимальный момент 9,6Нм, в соответствии с которым момент, развиваемый электродвигателем с учётом КПД передачи (0,96) и её передаточного числа (0,375) составляет 3,744Нм.

При работе машины вследствие непостоянства вращающего момента электродвигателя по синусоидальному закону в системе возникают крутильные колебания. Рассчитывались максимальные углы закручивания сосредоточенных масс данной динамической системы относительно их устойчивого положения равновесия.

В соответствии с конструкцией машины составлена её полная динамическая модель. Распределённые массы реальной машины заменены сосредоточенными массами, соединёнными между собой безинерционными упругими участками условного вала. При приведении к валу электродвигателя (рис.2) за первую массу($J_1$) принимался ротор электродвигателя, за вторую массу($J_2$) – ведущий шкив, за третью($J_3$) – ведомый шкив, за четвёртую($J_4$) – вал рабочего органа, за пятую($J_5$) – тёрочный диск. Момент инерции вала электродвигателя в данной модели распределяется поровну между ротором электродвигателя и ведущим шкивом. При приведении жёсткостей участков вала к валу электродвигателя за жёсткость между первой и второй массой($C_{12}$) принимается жёсткость вала электродвигателя. Жёсткость участка между второй и третьей массой($C_{23}$) равняется жёсткости клиноременной передачи, жёсткость участка между третьей и четвёртой массой($C_{34}$), а так же между четвёртой и пятой массой($C_{45}$) равняется половине жёсткости вала рабочего органа.

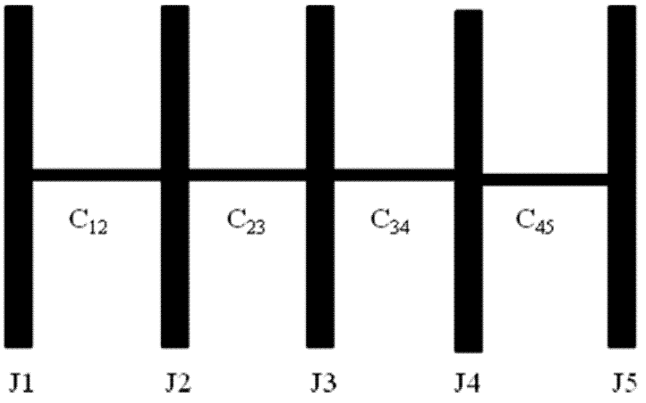


Рис. 2. Динамическая пятимассовая модель машины МОК-150 по крутильным колебаниям.

При расчёте крутильных колебаний данной системы для линеаризации задачи малых колебаний в дифференциальных уравнениях движения сохраняются только линейные члены относительно отклонений и скоростей, а члены более высокого порядка отбрасываются. Движение консервативной системы полностью определяется потенциальной (1) и кинетической (2) энергией [5].

$$\Pi = \frac{1}{2}[C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3)^2 + C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4)^2 + C_{45}(\varphi_4 - \varphi_5)^2] \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{2}(I_1\dot{\varphi}_1^2 + I_2\dot{\varphi}_2^2 + I_3\dot{\varphi}_3^2 + I_4\dot{\varphi}_4^2 + I_5\dot{\varphi}_5^2) \quad (2)$$

где:

$\varphi_i$ – углы закручивания соответствующих масс относительно положения равновесия.

Звенья рассматриваемого механизма вращаются с разными угловыми скоростями $\omega$. При расчёте крутильных колебаний моменты инерции звеньев механизма приводятся к валу электродвигателя, движущемуся с определённой угловой скоростью (1360об/мин). Это производится из условия равенства кинетических энергий сосредоточенных масс находящихся на разных валах механизма и кинетических энергий соответствующих звеньев на приведённом валу модели [6].

$$T = \frac{I_i\omega_i^2}{2} = \frac{I_{inp}\omega_{inp}^2}{2} \quad (3)$$

Из зависимости (3) следует, что момент инерции приведённой массы, с учетом передаточного отношения $u = \frac{\omega_i}{\omega_{inp}}$, равен:

$$I_{inp} = I_i\left(\frac{\omega_i}{\omega_{inp}}\right)^2 = I_i u^2 \quad (4)$$

Так из формулы (4) моменты инерции первой и второй масс, находящихся на валу к которому приводится система, не требует умножения на квадрат передаточного отношения $I_1$=1,3·10$^{-3}$кг/м$^2$, $I_2$=3,86·10$^{-4}$кг/м$^2$ . Третья четвёртая и пятая сосредоточенная массы находятся на валу частота вращения которого приводится к частоте вращения вала электродвигателя поэтому их моменты инерции умножаются на квадрат передаточного отношения для сохранения баланса кинетической энергии $I_3$=3,46·10$^{-3}$кг/м$^2$, $I_4$=9,91·10$^{-6}$кг/м$^2$, $I_5$=2,95·10$^{-2}$кг/м$^2$. Моменты инерции сосредоточенных масс приведены в таблице 2.

Таблица 2. Моменты инерции сосредоточенных масс пятимассовой модели при приведении в валу электродвигателя.

| № массы | Состав сосредоточенной массы модели | Приведённый момент инерции, кг/м$^2$ |
|---|---|---|
| 1 | Ротор электродвигателя, половина вала электродвигателя | 1,3·10$^{-3}$ |
| 2 | Половина вала электродвигателя, ведущий шкив | 3,86·10$^{-4}$ |
| 3 | Ведомый шкив | 3,46·10$^{-3}$ |
| 4 | Вал рабочего органа | 9,91·10$^{-6}$ |
| 5 | Рабочий орган | 2,95·10$^{-2}$ |

Аналогичные вычисления проведены относительно приведённых жёсткостей участков вала [6]. Потенциальная энергия при закручивании участков приведённого

вала должна быть равна потенциальной энергии при закручивании участков между сосредоточенными массами на разных валах действительного механизма.

$$П = \frac{C_{i,i+1}(\varphi_{i+1}-\varphi_i)^2}{2} = \frac{C_{i,i+1пр}(\varphi_{i+1}-\varphi_i)^2_{пр}}{2} \quad (5)$$

И учитывая что

$$\frac{\varphi_i}{\varphi_{пр}} = u^2 \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что жесткость приведённого участка вала равна:

$$C_{i,i+1\,пр} = C_{i,i+1}u^2 \quad (7)$$

Так учитывая (7) участки между первой и второй массой и между второй и третьей массой находятся на валу, к которому осуществляется приведение, поэтому коэффициенты жёсткости не требуют умножения на квадрат передаточного отношения $C_{12}$=1,9·10$^4$Нм/рад; $C_{23}$=4·10$^3$Нм/рад. Участки между третьей и четвёртой и четвёртой и пятой массами находятся на вале, который приводится и поэтому их жёсткости умножаются на квадрат передаточного отношения (5) для баланса потенциальной энергии приведённого вала $C_{34}$=2,7·10$^5$Нм/рад, $C_{45}$=2,7·10$^5$Нм/рад. Данные коэффициенты жёсткости сведены в таблицу 3.

Таблица 3. Коэффициенты жёсткости участков вала пятимассовой модели при приведении к валу двигателя.

| № участков | Состав участков вала между сосредоточенными массами | Коэффициент жёсткости, Нм/рад |
|---|---|---|
| 1-2 | Вал электродвигателя | 1,9·10$^4$ |
| 2-3 | Клиноременная передача | 4·10$^3$ |
| 3-4 | Половина вала рабочего органа | 2,7·10$^5$ |
| 4-5 | Половина вала рабочего органа | 2,7·10$^5$ |

Движение консервативной системы в окрестности устойчивого положения равновесия определяется линейными уравнениями Лагранжа [7].

$$\frac{d}{\partial t}\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} = -\frac{\partial П}{\partial \varphi_i} \quad (8)$$

При подстановке потенциальной (1) и кинетической (2) энергий в уравнение (8) система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} -J_1\ddot{\varphi}_1 - C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \\ -J_2\ddot{\varphi}_2 + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) = 0 \\ -J_3\ddot{\varphi}_3 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) = 0 \\ -J_4\ddot{\varphi}_4 + C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) - C_{45}(\varphi_4 - \varphi_5) = 0 \\ -J_5\ddot{\varphi}_5 + C_{45}(\varphi_4 - \varphi_5) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Частные решения системы уравнений (8) отыскивается в виде:

$$\varphi_i = a_i \sin(kt + \alpha) \quad (10)$$

где:

$k$ – частота крутильных колебаний;

$\alpha$ – фаза колебаний;

$\varphi_i$ – угол закручивания i-той массы;

$a_i$ – амплитуда углов закручивания i-той массы.

То есть в виде гармонических колебаний с одной и той же частотой и фазой колебаний.

При подстановке (10) в (9) получаем систему линейных уравнений (11) [8]:

$$\begin{cases} (I_1k^2 - C_{12})a_1 + C_{12}a_2 = 0 \\ C_{12}a_1 + (I_2k^2 - C_{12} - C_{23})a_2 + C_{23}a_3 = 0 \\ C_{23}a_2 + (I_3k^2 - C_{23} - C_{34})a_3 + C_{34}a_4 = 0 \\ C_{34}a_3 + (I_2k^2 - C_{34} - C_{45})a_4 + C_{45}a_5 = 0 \\ C_{45}a_4 + (I_5k^2 - C_{45})a_5 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Из системы уравнений (11) получается матрица коэффициентов жёсткостей (12) и матрица инерции (13) сосредоточенных масс рассматриваемой динамической системы:

$$C = \begin{bmatrix} -C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & -C_{12}-C_{23} & C_{23} & 0 & 0 \\ 0 & C_{23} & -C_{23}-C_{34} & C_{34} & 0 \\ 0 & 0 & C_{34} & -C_{34}-C_{45} & C_{45} \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & -C_{45} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

В матричной форме система уравнений (9) будет иметь вид:

$$A\ddot{\varphi} + C\varphi = 0 \quad (14)$$

где:

$\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5)^T$ – вектор-столбец обобщённых координат (углов закручивания);

$\ddot{\varphi} = (\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_3, \ddot{\varphi}_4, \ddot{\varphi}_5)^T$ – вектор-столбец обобщённых ускорений.

Система уравнений (11) в матричной форме будет иметь вид:

$$(C - k^2 A)\mu = 0 \quad (15)$$

где:

$\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)^T$ - вектор-столбец коэффициентов распределения (относительных амплитуд углов закручивания).

Уравнению (15) можно придать иной вид, умножив его левую часть на матрицу $A^{-1}$ :

$$(A^{-1}C - k^2 E)\mu = 0 \quad (16)$$

где:

*E* – единичная матрица того самого порядка, что А и С.

Нетривиальные решения уравнения (15) (16), описывающего свободные колебания рассчитываемой системы, можно получить только для таких значений k, при которых определитель матрицы $(C - k^2 A)$ (или, что эквивалентно, $[A^{-1}C - k^2 E]$) равен нулю [9]. Определитель $\Delta(k^2) = |A^{-1}C - k^2 E|$ является характеристическим (вековым) определителем системы уравнений свободных колебаний. Раскрытие определителя даёт характеристический многочлен от $k^2$, степень которого равна порядку системы уравнений. Полученные частоты этих колебаний, подставив в уравнения (15) (16) и решив получившуюся систему однородных линейных алгебраических уравнений, найдём соотношения между компонентами вектора амплитуд. Эта проблема может решаться несколько иным путём для сокращения трудоёмкости расчётов. Используется математическая эквивалентность задачи отыскания частот и форм свободных колебаний механической системы одной из основных задач вычислительной математики: отыскание собственных значений и собственных векторов матрицы. Вектор $\mu$ называется собственным вектором квадратной матрицы $U$ , соответствующем собственному значению $\lambda$, если он удовлетворяет равенству $U\mu = \lambda\mu$ или

$$(U - \lambda E)\mu = 0 \quad (17)$$

Сопоставление выражений (16) и (17) показывает, что круговая частота свободных колебаний *k* представляет собой корень квадратный из собственного значения матрицы $A^{-1}C$, а вектор $\mu$ задающий форму свободных колебаний, совпадает с собственным вектором этой матрицы. Для решения этой задачи использован пакет математических расчётов Mathcad.

В пакете Mathcad для определения собственных чисел и собственных векторов квадратных матриц имеются встроенные функции [10]. Так для нестандартной задачи на собственные числа $(C - k^2 A)\mu = 0$ используются функции *genvals* и *genvecs*. *Gen-*

*vals* вычисляет вектор обобщённых собственных чисел. *Genvecs* вычисляет спектр собственных векторов, результат расчёта – матрица, каждый столбец которой соответствует собственному числу. Собственный вектор определяется с точностью до множителя, поэтому если вектор $\mu$ удовлетворяет равенству $U\mu = \lambda\mu$, то вектор $m\mu$ также является собственным вектором матрицы $U$: $Um\mu = \lambda m\mu$. В данном случае коэффициент $m$ таков, что длинна вектора $\mu$ стала равной единице, то есть он ортонормирован.

Амплитуды углов закручивания колебательной системы при вынужденных колебаниях были получены из уравнения (15) при подстановке в него матрицы моментов инерции, матрицы коэффициентов жёсткости и учитывался вектор возмущающих моментов вместо нулей в правой части уравнения для свободных колебаний (18). В данном случае возмущающих моментов два: один прикладывается к ротору электродвигателя, а второй – момент сопротивления продукта при скольжении по рабочему органу (тёрочному диску). Моменты, прикладываемые к остальным массам, принимались как нулевые $M = (3{,}744\ 0\ 0\ 0\ -9{,}6)$.частота вынужденных колебаний равняется 50 Гц – частоте электрического тока сети. Так как возмущающий момент на электродвигателе изменяется по синусоидальному закону с частотой тока электрической сети.

$$a = (C - \omega^2 A)^{-1} M^T \qquad (18)$$

Так для пятимассовой модели при приведении к валу двигателя были получены амплитудно-частотные характеристики крутильных колебаний МОК-150 приведены в таблице 4.

Таблица 4. Частоты и амплитуды углов закручивания масс собственных и вынужденных колебаний пятимассовой системы при приведении к валу двигателя.

| № массы | Собственные колебания | | | | Вынужденные колебания |
|---|---|---|---|---|---|
| | Частоты колебаний, Гц | | | | |
| | 164231 | 8536 | 4747 | 1466 | 50 |
| | Амплитуды углов закручивания для соответствующих частот | | | | |
| 1 | 0,0… | 0,2446928 | -0,1368408 | -0,7597271 | 0,0663366 |
| 2 | -0,0000006 | -0,9692876 | 0,0731377 | -0,6485278 | 0,0665436 |
| 3 | 0,0014338 | 0,0221572 | 0,8980491 | 0,0020699 | 0,0675259 |
| 4 | -0,999999 | 0,0107518 | 0,3992232 | 0,0219065 | 0,0675604 |
| 5 | 0,0001678 | -0,0007118 | -0,1002703 | 0,0417396 | 0,0675949 |

Пятимассовая динамическая система была так же приведена и к валу рабочего органа и, аналогичным методом находились собственные частоты колебания и амплитуды углов закручивания для них в условных единицах и амплитуды углов закручивания масс для частоты вращения электродвигателя в номинальном режиме.

Так рабочий орган вращается с меньшей угловой скоростью (510 об/мин), чем вал электродвигателя. Поэтому для баланса кинетической энергии вращающихся масс модели по отношению к реальной, моменты инерции четвёртой и пятой массы делятся на квадрат передаточного отношения. Моменты инерции первой второй и третьей массы не требуют коррекции так, как они вращаются на валу рабочего органа, к которому осуществляется приведение. Результаты представлены в таблице 5.

Таблица 5. Моменты инерции сосредоточенных масс пятимассовой модели при приведении к валу рабочего органа.

| № массы | Состав сосредоточенной массы модели | Приведённый момент инерции, кг/м$^2$ |
|---|---|---|
| 1 | Рабочий орган | 0,21 |
| 2 | Вал рабочего органа | $7{,}05\cdot10^{-5}$ |
| 3 | Ведомый шкив | $2{,}5\cdot10^{-2}$ |
| 4 | Половина вала электродвигателя, ведущий шкив | $2{,}75\cdot10^{-3}$ |
| 5 | Ротор электродвигателя, половина вала электродвигателя | $9{,}26\cdot10^{-3}$ |

Аналогичные вычисления были произведены относительно коэффициентов жесткостей участков вала при приведении к валу рабочего органа. Так как он вращается медленней, чем вал электродвигателя, жёсткость участка между массами на нём (между четвёртой и пятой массой) делится на квадрат передаточного отношения. Жёсткости участков между первой и второй, второй и третьей, третьей и четвёртой массами остаются без изменения. Значения коэффициентов жесткостей приведены в таблице 6.

Таблица 6. Коэффициенты жёсткости участков вала пятимассовой модели при приведении к валу рабочего органа.

| № участков | Состав участков вала между сосредоточенными массами | Коэффициент жёсткости, Нм/рад |
|---|---|---|
| 1-2 | Половина вала рабочего органа | $9{,}5\cdot10^{5}$ |
| 2-3 | Половина вала рабочего органа | $9{,}5\cdot10^{5}$ |
| 3-4 | Клиноременная передача | $4{,}1\cdot10^{3}$ |
| 4-5 | Вал электродвигателя | $1{,}36\cdot10^{5}$ |

Частоты собственных крутильных колебаний, соответствующие им относительные амплитуды углов закручивания и амплитуды углов закручивания при частоте вращения электродвигателя в номинальном режиме при приведении к валу рабочего органа представлены в таблице 7. Данные параметры определялись так же как и при приведении динамической системы к валу электродвигателя.

Таблица 7. Частоты и амплитуды углов закручивания масс собственных и вынужденных колебаний пятимассовой системы при приведении к валу рабочего органа.

| № массы | Собственные колебания | | | | Вынужденные колебания |
|---|---|---|---|---|---|
| | Частоты колебаний, Гц | | | | |
| | 164231 | 8084 | 4659 | 591 | 18,75 |
| | Амплитуды углов закручивания для соответствующих частот колебаний | | | | |
| 1 | 0,0001678 | 0,000127 | -0,1058473 | 0,036954 | -0,0674786 |
| 2 | -0,999999 | -0,0017083 | 0,4019974 | 0,034096 | -0,0674834 |
| 3 | 0,0014337 | -0,0035354 | 0,9091945 | 0,0312372 | -0,0674883 |
| 4 | -0,0000001 | 0,9604696 | 0,0102029 | -0,6973069 | -0,0684727 |
| 5 | 0,0… | -0,2783571 | -0,0213482 | -0,7143242 | -0,0685019 |

### 3. Заключение

Сравнивая полученные результаты для модели пятимассовой системы при приведении к валу электродвигателя и при приведении инерционно-жёсткостных параметров к валу рабочего органа можно сделать вывод, что амплитуды углов закручивания соответствующих масс отличаются между собой незначительно, при этом сами принимают малые значения. Они зависят от ряда параметров, в том числе от моментов инерции сосредоточенных масс и от жёсткостей участков вала до сосредоточенной массы и за ней. Расчёты показали, что частоты собственных крутильных колебаний находятся далеко за пределами значения частоты изменения возмущающего момента электродвигателя в номинальном режиме работы. Это свидетельствует об отсутствии возникновения резонансных режимов по крутильным колебаниям.

Перспективы дальнейших исследований крутильных колебаний данного оборудования заключается в расчёте касательных напряжений валов при работе машин и выработке рекомендаций по оптимизации конструкции машин.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев А. А. Расчёт в среде Mathcad динамических напряжений в опасном сечении вала шпинделя стана ДУО-160 / А. А. Мальцев // Механическое оборудование металлургических заводов. 2014. – № 3. – С. 64–70.

2. Горбенко А. Н. Анализ причин возникновения крутильных колебаний в турбокомпрессоре судового двигателя / А. Н. Горбенко, М. В. Демьяненко // Рибне господарство України. 2013. – №3. – С. 54–61.

3. Заплетников И. Н. Виброакустика машин очистки корнеклубнеплодов: моногр. / И. Н. Заплетников, Ю. В. Жидков. – Донецк: Норд-Пресс, 2008. – 147с., ил.

1. Заплетников И. Н. Виброакустика оборудования пищевых производств: монография / И. Н. Заплетников. – Харків: Вид-во НТМТ, 2015, – 542с., ил.

2. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Наука, 1963. – 559 с., ил.

3. Конструирование и расчёт машин химических производств: Учебник для машиностроительных вузов по специальности «Химическое машиностроение и аппаратостроение» / Ю. И. Гусев, Э. Э. Кольман-Иванов и др. – М.: Машиностроение, 1985. – 408 с., ил.

4. Бутенин Н. В. Курс теоретической механики. Т.2. Динамика: учебник. / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. — 544 с.

5. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний и удара / Я. Г. Пановко. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.

6. Колебания силового агрегата автомобиля / В. Е. Тольский, Л. В. Корчемный, Г. В. Латышев, Л. М. Минкин. – М.: Машиностроение, 1976. – 226с., ил.

7. Макаров Е. Г. Инженерные расчёты в Mathcad. Учебный курс / Е. Г. Макаров. – СПб.: Питер, 2005. – 448с., ил.

Поступила в редколлегию 08.12.2015 г.