УДК 629-06

Е. А. Чернышев, канд. техн. наук
Донецкий национальный технический университет, ДНР, Россия
E-mail: chernyshev81@mail.ru

АНАЛИЗ УРАВНЕНИЯ А. П. СОКОЛОВСКОГО ДЛЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ РЕЗАНИИ МЕТАЛЛА С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ СООТВЕТСТВИЯ ОПЫТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

В статье выполнен анализ уравнения А.П. Соколовского для автоколебаний при резании металлов. Получены выводы о частоте колебаний при резании и зависимости амплитуды автоколебаний от скорости резания. Для последней так и не найдено более рациональной формы уравнения, которое бы соответствовало опытной зависимости. Установлено, что в первом приближении нелинейная восстанавливающая сила на амплитуду не влияет.

***Ключевые слова**: автоколебания, частота, амплитуда, восстанавливающая сила, метод Ван-дер-Поля.*

E. A. Chernyshev

INVESTIGATING THE A.P. SOKOLOVSKY EQUATION OF SELF-OSCILLATIONS IN METAL CUTTING

The paper analyzes the A.P. Sokolovsky equation for self-oscillations in metal cutting. The conclusions about cutting frequency and self-oscillations amplitudes are obtained. For the latter, no more rational form of the equation has been found that would correspond to the experimental relationship. It has been determined that, in the first approximation, nonlinear resilient force does not influence self-oscillations amplitude.

***Keywords:** self-oscillations, frequency, amplitude, resilience force, Van-der-Paul’s method.*

Введение.

Гипотеза об автоколебательном характере вибраций при резании была выдвинута в 1930-х гг. Н.А. Дроздовым [1], Н.С. Ачерканом, Г. Шлезингером. Она состоит в том, что возникновение вибраций обусловлено не внешней вынуждающей силой, а свойствами самого процесса резания, который содержит источник энергии и регулирующий механизм, осуществляющий обратную связь с колебательной системой. Этим объясняется появление вибраций не только при совпадении частот, но и в достаточно широком диапазоне режимов резания. В дальнейшем эта гипотеза была поддержана А.И. Кашириным [2], А.П. Соколовским [3], И.И. Ильницким [4] и другими авторами.

Основной причиной автоколебаний при резании считается разница работ при врезании и отталкивании инструмента. В силу множества факторов, действующих при резании, аналитическое описание автоколебаний весьма затруднительно, поэтому в той или иной степени используют эмпирические модели, в частности для определения силы резания. В работах [2, 4] переменная сила резания представляется как сумма переменных сил, имеющих вполне определенную природу, - в зависимости от скорости трения по граням, от изменения углов резца, от изменения мгновенных режимов и т.д. Однако для каждой составляющей также надлежит знать соответствующую эмпирическую зависимость, поэтому данный метод не получил дальнейшего развития.

А.П. Соколовским было предложено упрощенное уравнение автоколебаний, исходя из общего физического представления колебательной системы при резании, хотя на тот момент его аналитическое исследование представляло значительные трудности. Тем не менее, была найдена зависимость амплитуд автоколебаний от скорости резания, которая в общих чертах согласуется с опытными данными. В дальнейшем Л.К. Кучмой эта зависимость была уточнена путем введения в уравнение нелинейного квадратичного члена.

В данной работе уравнение автоколебаний А.П. Соколовского подвергнуто сравнительному анализу с целью определить более рациональную форму уравнения, согласующегося с опытными данными.

2. Основное содержание и результаты работы.

Уравнение автоколебаний (в радиальном направлении) А.П. Соколовского [3] основано на следующем эмпирическом представлении силы резания:

$$P_y = R - ry + aB\frac{\dot{y}}{V} - cB\frac{\dot{y}^3}{V^3}, \tag{1}$$

где R - постоянная величина силы резания; r - член, выражающий зависимость силы от радиальных колебаний; B - действительная ширина режущей кромки; V - скорость резания; $\dot{y}$ - скорость радиальных колебаний; a, c - некоторые постоянные величины.

По физическому смыслу a, c являются коэффициентами жесткости третьей и четвертой составляющих сил в уравнении (1) – соответственно силы, возбуждающей колебания, и силы, ограничивающей колебания, когда их скорость превышает некоторое критическое значение.

Уравнение автоколебаний на основе (1) имеет вид

$$m\ddot{y} + \left(h - \frac{aB}{V}\right)\dot{y} + \left(k + r\right)y + cB\frac{\dot{y}^3}{V^3} = 0, \tag{2}$$

где m – приведенная масса колеблющейся системы, h - коэффициент рассеивания энергии, k - коэффициент жесткости.

Коэффициент r, выражающий зависимость силы от радиальных колебаний, может быть представлен как коэффициент разложения в ряд Маклорена радиальной силы $K\left(t_0 - y\right)^n$, где K, n – постоянные величины, зависящие от условий обработки, t_0 - номинальная, а $\left(t_0 - y\right)$ - фактическая глубина резания. Ограничиваясь разложением до линейного члена,

$$K\left(t_0 - y\right)^n = K\left[t_0^{\,n} - n t_0^{\,n-1} y\right] = R - ry,$$

где $R = Kt_0^{\,n}, r = Knt_0^{\,n-1}$, причем r представляет собой условную «жесткость» процесса резания и вместе с исходной жесткостью k составляет обобщенную жесткость, определяющую частоту колебаний при резании, равную

$$\omega = \sqrt{\frac{k + r}{m}}, \tag{3}$$

что также было получено А.П. Соколовским.

Можно оценить точность выражения (3) путем сравнения с экспериментом. Постоянная $K = 2{,}13 \cdot 10^5$ получена при следующих данных: предел прочности 750 МПа, радиус при вершине резца 1 мм, $\gamma = 10^\circ, \varphi = 45^\circ, \lambda = 0^\circ$. Пусть угловая скорость вращения заготовки 100 рад/с, а режимы обработки $V = 2$ м/с, $s = 0{,}0006$ м, т.е. 0,6 мм/об. При заданной угловой скорости это соответствует диаметру заготовки 40 мм. Зададимся также, что $t_0 = 0{,}001$ м, $k = 5 \cdot 10^6$ Н/м, $n = 0{,}9$.

На рис. 1 представлен теоретический график зависимости частоты колебаний от глубины резания в соответствии с (3). Полученные теоретические результаты не противоречат экспериментальным данным. Так, по данным А.И. Каширина [2], с увеличением глубины резания частота колебаний немного снижается, хотя это уменьшение столь незначительно, что им можно пренебречь и считать частоту не зависящей от глубины. Этот известный экспериментальный факт в данном случае можно теоретически объяснить. В соответствии с (3), частота колебаний изменяется вследствие влияния глубины резания на r. Слабое изменение частоты от глубины резания объясняется тем, что добавка r мала в сравнении с жесткостью k и ее изменение практически не оказывает влияния на частоту, хотя с увеличением глубины добавка, а с ней и частота колебаний, незначительно уменьшается (рис. 1). Согласуется с данными всех авторов тот факт, что частота при резании близка к собственной частоте, в данном случае равной 113 Гц. Таким образом, представление А.П. Соколовского в этой части не противоречит опыту.

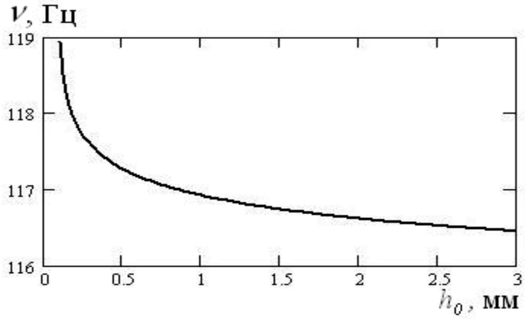

Рисунок 1. Теоретический график зависимости частоты колебаний от глубины резания

Рассмотрим влияние скорости резания на амплитуды. А.П. Соколовским была получена следующая зависимость амплитуд автоколебаний от скорости:

$$A = \frac{2}{\sqrt{3c}} \frac{V}{\omega} \sqrt{a - \frac{Vh}{B}}, \qquad (7)$$

выведенная, как можно убедиться, методом Ван-дер-Поля из условия стационарной амплитуды

$$\frac{dA}{dt} = \frac{-1}{2\pi\omega} \int_0^{2\pi} f_1(-A\omega \sin\psi) \sin\psi \, d\psi = 0, \qquad (8)$$

где

$$f_1(\dot{y}) = \left(\frac{aB}{V} - h \right) \dot{y} - \frac{cB}{V^3} \dot{y}^3.$$

Уравнение (7) отражает факт роста амплитуд с увеличением скорости, а затем их уменьшение до нуля при $V = aB/h$. Эта теоретическая зависимость показана на рис. 2 вместе с приближенной экспериментальной кривой.

Основное отличие от опытной кривой состоит в том, что максимум «размыт» и смещен вправо. Похожая зависимость была получена и теоретически для модели ортогонального резания с двумя степенями свободы [5, 6]. В работе [7] полученная теоретическая кривая не совпадает ни с одной из изображенных на рис. 2 и имеет резко выраженный максимум амплитуд при малой скорости. В работе [8] теоретический график свидетельствует об увеличении устойчивости при превышении некоторой критической скорости резания. Несмотря на различные подходы авторов, в основных чертах полученные результаты совпадают с опытными данными.

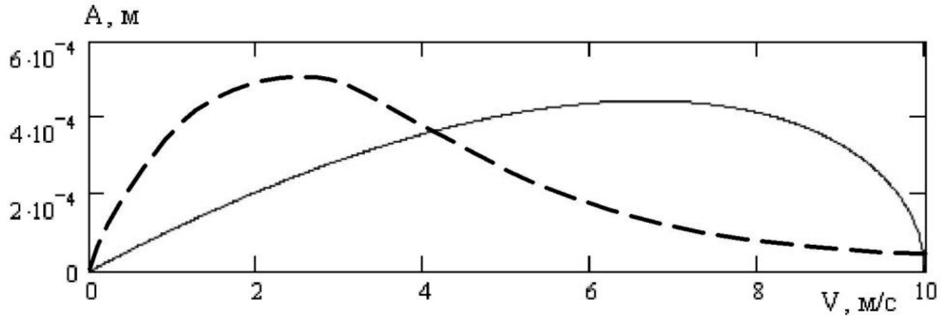

Рисунок 2. Теоретическая по (7) и приближенная экспериментальная (пунктиром) зависимость амплитуд колебаний от скорости резания
($h = 100$ Нс/м, $\omega = 1000$ рад/с, $B = 0,001$ м, $a = 10^6$ Н/м, $c = 10^8$ Н/м)

Следует отметить также то обстоятельство, что А.П. Соколовский и Л.К. Кучма приводят график теоретической зависимости (7), совпадающий с экспериментальной кривой (рис. 2), видимо ограничиваясь лишь его качественным анализом. Однако представленные на рис. 2 графики свидетельствуют о некотором расхождении теории с опытом – это касается более резкого возрастания и более плавного падения кривой амплитуд.

В связи с этим расхождением была предпринята попытка найти такую форму уравнения колебаний при резании, которая давала бы более близкую к эксперименту зависимость амплитуды от скорости $A(V)$ и имела ясный физический смысл. Поскольку основой аналитических поисков было уравнение Ван-дер-Поля (8), то задача заключалась в подборе соответствующей функции $f(y, \dot{y})$. Иными словами, необходимо было найти эту функцию таким образом, чтобы в первом приближении (Ван-дер-Поля) зависимость $A(V)$ была более близка к экспериментальной.

Основное внимание было направлено на подбор диссипативного члена, который отражал бы уменьшение и затем плавное увеличение диссипации в зависимости от скорости. Это явление имеет место при трении и, как считается, является одной из причин автоколебаний при резании, когда при некоторой скорости резания сила трения стружки о резец наименьшая, а амплитуда – наибольшая. Несмотря на то, что подобрать подобную функцию для силы трения не составляет большого труда, все попытки дали отрицательный результат. Не было найдено никакой другой формы уравнения, которая давала бы более точную зависимость $A(V)$. По этой причине промежуточные выкладки не приводятся. Взятие интеграла (8) и решение полученного алгебраического уравнения относительно A приводит к тому, что либо зависимость $A(V)$ не точнее (7), либо решение получается очень громоздим и практически непригодным.

На этом основании можно считать, что уравнение А.П. Соколовского является наиболее рациональным с точки зрения получающейся зависимости амплитуды от скорости, даже несмотря на то, что оно дает несколько отличающееся от опытных данных решение. А физическая природа эффектов, лежащих в основе модели А.П. Соколовского, до сих пор вызывает научный интерес [9].

Рассмотрим еще одно свойство, математически вытекающее из уравнения А.П. Соколовского. В качестве «ограничителя» колебаний им постулирован нелинейный диссипативный член $cB\dot{y}^3/V^3$, который означает усиление затухания при увеличении скорости колебаний, т.е. по достижении некоторой критической скорости эта сила превышает возбуждающую силу $(aB/V-h)\dot{y}$ и колебания затухают. Однако известно также, что при увеличении амплитуд возникающие деформации отклоняются от закона Гука, вызывая нелинейную силу упругости k_1y^3, которая свидетельствует о резком возрастании восстанавливающей силы. Поставим вопрос: может ли нелинейная сила упругости при больших амплитудах ограничивать колебания? Иными словами, не является ли регулирующим механизмом и причиной автоколебаний, наряду с зависимостью диссипации от скорости, и нелинейная восстанавливающая сила при больших амплитудах.

Перепишем уравнение (2), добавив нелинейную восстанавливающую силу, в виде

$$m\ddot{y}+(k+r)y=\left(\frac{aB}{V}-h\right)\dot{y}-\frac{cB}{V^3}\dot{y}^3-k_1y^3, \tag{9}$$

или

$$m\ddot{y}+(k+r)y=f(y,\dot{y}), \tag{10}$$

т.е. содержащее отрицательную силу k_1y^3, возрастающую при больших перемещениях. Чтобы установить влияние этой силы на амплитуду, обратимся к первому приближению Ван-дер-Поля, имея в виду нулевое приближение $A\cos\psi$. Условие стационарной амплитуды A установившихся колебаний состоит в том, что

$$\frac{dA}{dt}=\frac{-1}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi}f(A\cos\psi,-A\omega\sin\psi)\sin\psi d\psi=0,$$

где, в соответствии с (9), (10),

$$f(y,\dot{y})==f_1(\dot{y})-k_1y^3.$$

Таким образом,

$$\frac{-1}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi}f(A\cos\psi,-A\omega\sin\psi)\sin\psi d\psi=\frac{-1}{2\pi\omega}\left(\int_0^{2\pi}f_1(\dot{y})\sin\psi d\psi-\int_0^{2\pi}k_1y^3\sin\psi d\psi\right),$$

т.е. влияние нелинейной восстанавливающей силы в первом приближении описывается добавлением интеграла

$$\int_0^{2\pi}k_1y^3\sin\psi d\psi=\int_0^{2\pi}k_1(A\cos\psi)^3\sin\psi d\psi. \tag{11}$$

Но интеграл (11) равен нулю, из чего следует, что в первом приближении нелинейная восстанавливающая сила не влияет на амплитуду колебаний. Поэтому основным регулирующим фактором, способствующим возникновению автоколебаний при резании, является зависимость диссипации от скорости, выражающаяся, как предполагается, в зависимости силы трения по граням резца от скорости скольжения. Таким образом, причиной автоколебаний не является увеличение амплитуды до некоторого установившегося значения. Основное значение имеет скорость вибраций в окрестности некоторой скорости, при которой трение стружки о резец минимально. Такой вывод следует из анализа уравнения автоколебаний методом Ван-дер-Поля, и он не противоречит основной гипотезе о причине автоколебаний при резании [2- 4].

3. Выводы.

На основании анализа уравнения А.П. Соколовского для автоколебаний при резании металлов получены следующие выводы:

1. Частота колебаний при резании близка к собственной частоте, т.к. «жесткость» процесса резания мала по сравнению со статической жесткостью системы. Этот результат не противоречит экспериментальным данным.

2. Зависимость амплитуды от скорости резания не совпадает точно с экспериментальной кривой, однако не удается подобрать такую форму уравнения, которая дала бы более близкий к опыту результат.

3. В первом приближении нелинейная восстанавливающая сила не влияет на амплитуду колебаний. Причиной автоколебаний, как следует из анализа уравнения, является не увеличение амплитуды до некоторого установившегося значения, а наличие такой скорости вибраций, при которой трение стружки о резец минимально. Это способствует установлению колебаний со скоростью в окрестности этого значения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Дроздов, Н. А. К вопросу о вибрациях при токарной обработке / Н. А. Дроздов // Станки и инструмент. – 1937. – С. 10 – 17.

2. Каширин, А. И. Исследование вибраций при резании металла / А. И. Каширин. – М.: Изд-во АН СССР, 1944. – 133 с.

3. Соколовский, А. П. Вибрации при работе на металлорежущих станках / А. П. Соколовский // Исследование колебаний металлорежущих станков при резании металлов: сб. тр. – М.: Машгиз, 1958. – 120 с.

4. Ильницкий, И. И. Колебания в металлорежущих станках и пути их устранения / И. И. Ильницкий. – М.-Свердловск: Машгиз, 1958. – 144 с.

5. Шишкин, А. В. О задаче аналитического определения безвибрационных режимов резания с использованием линий бифуркации / А. В. Шишкин, А. А. Сердюк // "Східно-Європейський журнал передових технологій". – Харків, 2007. – №2/4 (26). – С. 28–33.

6. Шишкин, А. В. Моделирование вибрационных характеристик резания в плоскости бифуркационных параметров режимов резания / А. В. Шишкин, А. А. Сердюк // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – Краматорськ, 2007. – №2Е (10). – С. 187–194.

7. Кабалдин, Ю. Г. Синергетика. Нелинейная динамика в технологических системах обработки резанием / Ю. Г. Кабалдин // Вестник машиностроения. – 2001. – № 12. – С. 49–58.

8. Кабалдин, Ю. Г. Математическое моделирование динамической устойчивости системы резания в виде нелинейного осциллятора с разрывными характеристиками / Ю. Г. Кабалдин, С. В. Биленко, П. А. Саблин // Вестник машиностроения. – 2006. – № 10. – С. 35–43.

9. Корендяев, Г. К. О физической природе эффектов, лежащих в основе модели возбуждения автоколебаний при резании Соколовского / Г. К. Корендяев // Вестник научно-технического развития. – 2019. – № 11 (147). – С. 19–25.

Поступила в редколлегию 08.02.2023 г.