УДК 62-503.56

[1] **А. И. Бохонский,** д-р техн. наук, проф., [2] **Н. И. Варминская,** канд. техн. наук,
[3] **М. М. Майстришин,** канд. техн. наук
[1] ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет, г. Севастополь, Россия
[2] Черноморское высшее военно-морское училище имени П. С. Нахимова, г. Севастополь, Россия
[3] ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет, г. Севастополь, Россия
***E-mail**: bohon.alex@mail.ru*

ОПТИМАЛЬНОЕ ВРАЩЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА С УЧЕТОМ КОЛЕБАНИЙ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

Исследовано оптимальное переносно вращение космического корабля около продольной оси с учетом изгибных колебаний антенны (в относительном движении). Предложен алгоритм практически эквивалентной замены управления в виде полинома кососимметричным синусоидальными управлениями, которые обеспечивают достижение состояния абсолютного покоя при заданном времени и угле вращения.

***Ключевые слова:** переносное оптимально вращение, разгон-торможение, относительно движение, достижение абсолютного покоя.*

A. I. Bokhonsky, N. I. Varminskaya, .M. Maystrishin

OPTIMAL ROTATION OF A SPACE OBJECT TAKING INTO ACCOUNT THE OSCILLATIONS OF SOLAR PATTERNS

The optimal portable rotation of the spacecraft about the longitudinal axis is studied, taking into account the bending oscillations of the antenna (in relative motion). An algorithm is proposed for almost equivalent replacement of control in the form of polynomials by skew-symmetric sinusoidal controls, which ensure the achievement of a state of absolute rest at a given time and angle of rotation.

***Keywords:** optimally portable rotation, acceleration-deceleration, relatively movement, achievement of absolute rest.*

1. Введение

Оптимальное управление колебаниям упругих систем представлено в литературе [1, 2], результаты исследования оптимальных управлений поступательного и вращательного движения упругих объектов приведены в публикациях [3-7]. Предложенные управления перемещением устройств конечной жесткости применимы не только в автоматизированном производстве, но и в управлении перемещением космических объектов.

Реверсионное конструирование известного управления «разгон – торможение» при поступательном движении.

Достаточно убедительно обосновывается экономия энергии на простом примере поступательного движения объекта. В этом случае оказывается естественным нахождение ускорения (управления) без использования известного критерия оптимальности $\int_0^T U_1^2 dt$.

Пусть поведение объекта описывается полиномом с его производными

$$S_1(t) = \sum_{i=1}^{4} C_i t^{i-1}, \; V_1(t) = \frac{dS_1(t)}{dt}, \; U_1(t) = \frac{dV_1(t)}{dt}. \tag{1}$$

Тогда, с учетом только краевых условий

$$S_1(0)=0, V_1(0)=0\,, S_1(T)=L\,, V_1(T)=0 \tag{2}$$

непосредственно следуют известные из литературы зависимости:

$$U_1(t)=\frac{6L}{T^3}\left(T-2t\right), V_1(t)=\frac{6Lt}{T^3}\left(T-t\right), S_1(t)=\frac{Lt^2}{T^3}\left(3T-2t\right) \tag{3}$$

Энергия, затраченная на реализацию данного оптимально управляемого движения

$$A_1=\int_0^{t/2}U_1V_1dt=2,25\frac{L^2}{T^2}\,, \tag{4}$$

которая меньше энергии при синусоидальном кососимметричном управлении.

Конструирование нового типа управления.

Принимаем оптимальное перемещение в виде полинома, удовлетворяющего начальным условиям $S_2(0)=0$, $V_2(0)=0$:

$$S_2(t)=\sum_{i=1}^{4}C_it^{i+1}\,, V_2(t)=\frac{dSe(t)}{dt},\ Ue(t)=\frac{dVe(t)}{dt}. \tag{5}$$

Для определения постоянных приняты краевые условия:

$$V_2(0)+V_2(T)=0; S_2(T)=L;\quad \frac{dU_2}{dt}\left(T/2\right)=0;\frac{d^2U_2}{dt^2}\left(T/2\right)=0. \tag{6}$$

Аналогичный результат дает условие равенства производной от интеграла действия (по константе C_3). $\dfrac{\partial J}{\partial C_3}=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^T\left(U_1-U_2\right)^2dt=0$.

После определения константы и факторизации полиномов, выражения для ускорения, скорости, перемещения принимают вид:

$$U_2=\frac{10L(T-2t)^3}{T^5},$$
$$V_2=\frac{10Lt(T-t)}{T^5}\left(2t^2-2Tt+T^2\right), S_2=\frac{Lt^2}{T^5}\left(5T^3-10T^2t+10Tt^2-4t^3\right) \tag{7}$$

Для данного управления затрачиваемая энергия равна

$$A_2=2\int\limits_0^T U_2V_2dt=\frac{1,5625L^2}{T^2}. \tag{8}$$

Для нового типа управления на среднем участке движение близко к равномерному с уменьшением кинетической энергии. В результате обобщения известной задачи Лагранжа выявлено существование предельной энергоемкости управления, при заданном время T и перемещении на расстояние L) цель движения – перемещение объекта в новое состояние покоя.

Минимально энергоемкое управление типа «разгон-торможение» применимо в различных областях современной техники, как в земных условиях, так и в состоянии невесомости.

При вращательном движении наблюдается некоторая аналогия в алгоритме конструирования оптимального управления.

В случае экономии энергии (более чем на 30 %) по сравнению с кососимметричны случаем управления вращательным движением [3-5] выражения для угла поворота, угловой скорости и углового ускорения (управления) имеют вид:

$$\varphi(t)=\frac{\varphi_* t^2}{T^5}\left(5T^3-10T^2t+10Tt^2-4t^3\right),$$

$$\omega(t)=\frac{d\varphi}{dt}=\frac{10\varphi_* t}{T^5}\left(T^3-3T^2t+4Tt^2-2t^3\right), \tag{9}$$

$$\varepsilon(t)=\frac{d\omega}{dt}=\frac{10\varphi_*}{T^5}\left(T^3-6T^2t+12Tt^2-8t^3\right).$$

где φ_* – максимальный угол поворота; T – общее время вращения.

2. Основное содержание и результаты работы

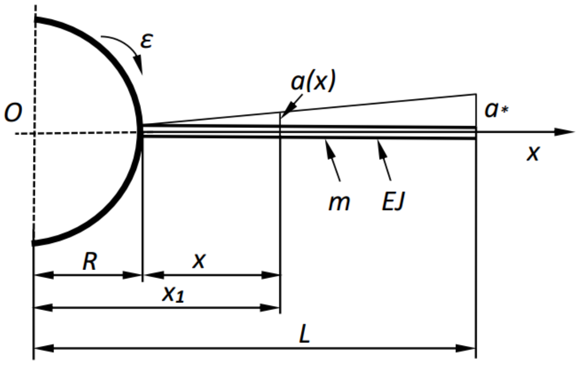

Рисунок 1. Космический корабль с антенной конечной изгибной жесткости (корпус и антенна)

С учетом практической реализации (рис. 1) управление $\varepsilon(t)$ возможна замена углового ускорения эквивалентным (либо близким к эквивалентному) управлением:

$$\varepsilon_1(t)=a_1\sin pt \tag{10}$$

где a_1 – амплитудное значение ускорения (с$^{-2}$), $p=2\pi/T$, T – время вращения объекта при эквивалентом управлении типа «разгон-торможение».

Из (10) следует зависимость для угловой скорости и угла поворота:

$$\omega_1(t)=\frac{a_1}{p}\left(1-\cos pt\right),\ \varphi_1(t)=\frac{a_1}{p}\left(t-\frac{\sin pt}{pt}\right) \tag{11}$$

При неизменности моментов инерции использованы два условия эквивалентности преобразований: равенства импульсов ускорений и энергий, затрачиваемых на реализацию оптимального вращательного движения

$$R-R_1=0, \tag{12}$$

где $$R=2\int_0^{T/2}\varepsilon(t)dt=\frac{5\varphi_*}{2T},\quad R_1=2\int_0^{T/2}\varepsilon_1(t)dt=\frac{2a_1T_1}{\pi}, \tag{13}$$

$$A-A_1=0, \tag{14}$$

$$A = 2\int_0^{T/2} \varepsilon\omega dt = \frac{1{,}5625}{T}\varphi_*^2, \qquad A_1 = 2\int_0^{T/2} \varepsilon_1\omega_1 dt = \frac{a_1^2 T_1^2}{\pi^2}. \tag{7}$$

В относительном движении изгибные колебания антенны, как консольного стержня с одним защемлением концов в корпусе грузовика, без учета сопротивления описываются дифференциальным уравнением:

$$EJ\frac{\partial^4 W_r(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 W_r(x,t)}{\partial t^2} = -f(x,t) \tag{15}$$

где EJ – жесткость при изгибе (J – модуль упругости; J – осевой момент инерции поперечного сечения бруса); $W_r(x,t)$ – относительное перемещение сечения с координацией x бруса в связи с его колебаниями; m – масса единицы длины; $f(x,t)$ – распределенная динамическая нагрузка, обусловленная оптимальным переносным вращательным движением («разгон-торможение») консоли конечно изгибной жесткости.

Согласно алгоритму преобразований, приведенному в работах [3–5], $f(x,t)$ с учетом распределенной массы записывается следующим образом:

$$f(x,t) = (A + B_x)\sin pt, \tag{16}$$

где $A = \dfrac{m\varphi_* p^2 R}{2\pi L}$, $B = \dfrac{m\varphi_* p^2}{2\pi L}$.

Дифференциальное уравнение для первой моды колебаний:

$$\frac{d^4 W_1(x)}{dx^4} - k^4 W_1(x) = \frac{A}{EJ} + \frac{B}{EJ}x \tag{17}$$

С учетом только первой моды колебаний (10) решение однородного уравнения с использованием метода Фурье принято в виде:

$$W_1(x,t) - W_1(x)\sin pt \tag{18}$$

Частное решение неоднородного уравнения имеет вид:

$$W_1^*(x) = \frac{D_1}{k^4} + \frac{D_2}{k^4}x, \tag{19}$$

где $k^4 = \dfrac{mp^2}{EJ}$, $D_1 = \dfrac{A}{EJ}$, $D_2 = \dfrac{B}{EJ}$.

Общее решение (17):

$$W_1(x) = C_1\sin(kt) + C_2\cos(kx) + C_3\sinh(kx) + C_4\cosh(kx) - \frac{A}{k^4 EJ} - \frac{B}{k^4 EJ}. \tag{20}$$

Произвольные постоянные для антенны найдены из условий:

$$W_1(0) = 0,\ W_1'(0) = 0,\ W_1''(L) = 0,\ W_1''(0) = 0,\ W_1^{IV}(L) = 0 \tag{21}$$

Один из примеров, описывающий колебания антенны изображен на рис. 2. В фиксированный момент времени $t = T$ при повороте объекта на угол φ_1 достигается абсолютный покой. Графики переносного движения изображены на рис. 3.

3. Заключение.

При оптимальном вращении грузовика возможно не только достижение абсолютного покоя объекта, но и некоторая экономия энергии для реализации вращательного движения.

В случае оптимального вращения при использовании кососимметричных управлений (угловых ускорений) вращательный момент, создаваемый парой сил, подчиняется условию $M = J\varepsilon_1(t)$, где J – общий физический момент инерции относительно продольно оси грузовика.

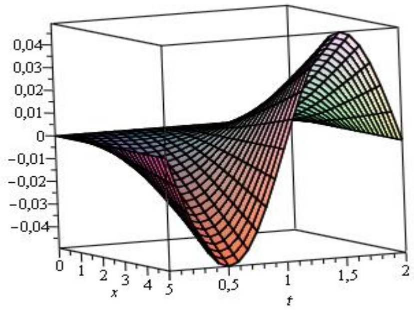

Рисунок 2. Относительное движение антенны.

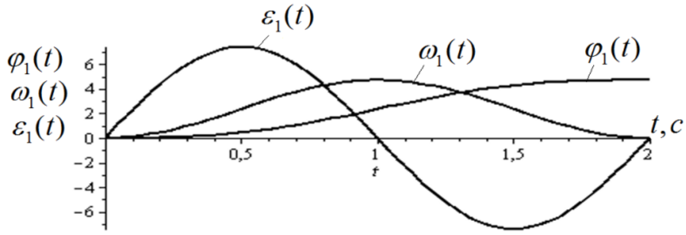

Рисунок 3. Переносное вращательное движение грузовика (вокруг продольной оси).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Черноусько, Ф. Л. Управление колебаниями / Ф. Л. Ченоусько, Л. Д. Акуленко, Б. Н. Соколов. – М. "Наука", 1980. – 384 с.

2. Олейников, В. А. Основы оптимального и экстремального управления / В. А. Олейников, Н. С. Зотов, А. М. Пришвин. – М.: Изд-во "Высшая школа", 1969. – 296 с.

3. Бохонский, А. И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения / А. И. Бохонский, Н. И. Варминская, М. И. Мозолевский. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2007. – 296 с.

4. Бохонский, А. И. Реверсионный принцип оптимальности / А. И. Бохонский – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2016. – 174 с.

5. Бохонский, А. И. Управление вращением космического корабля с учетом элементов конечной жесткости / А. И. Бохонский, Н. И. Варминская // Journal of Advanced Research in Technical Science. USA: SRC MS, AmazonKDP– 2022. – p. 28-31.

6. Бохонский, А. И. Оценка энергопотребления для оптимального управления движением объекта (Evaluation of energy consumption for the object motion optimal control / А. И. Бохонский, Н. И. Варминская // ICMTMTE IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – https://doi.org/10.1088/1757-899X/709/4/044093.

7. Бохонский, А. И Оптимальное вращение объектов конечной жёсткости. / А. И. Бохонский, М. М. Майстришин, А. И. Рыжков // Автоматизация и измерения в машино- приборостроении: научный журнал. – Севастополь: Изд-во СевГУ, 2021. – Вып. №3(15). – С. 3-11.

Поступила в редколлегию 07.02.2023 г.