

УДК 669:519.23

**Н. А. Гуляев**, аспирант, **Е. И. Яровая**, канд. техн. наук, доцент,  
**И. О. Леушин**, д-р техн. наук, проф., **Г. А. Гусев**, студент,  
Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, Россия  
Тел. +7(920)063-49-99; E-mail: [gulyaevna@yandex.ru](mailto:gulyaevna@yandex.ru)

## ФРАКТАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ОЦЕНКЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОТЛИВОК ИЗ СТАЛИ 20ГЛ

*Сталь 20ГЛ, имеющая ферритоперлитовую структуру, содержащая легирующие компоненты Mn и Si, обладает высокими прочностными свойствами и пластичностью, экономически целесообразна для применения во многих отраслях машиностроения. Вследствие низкой теплопроводности и достаточно низкой скорости кристаллизации неизбежны как физическая, так и химическая неоднородности структуры, что влияет на механическую прочность. Предложено проводить оценку качества литых изделий из стали 20ГЛ с использованием элементов фрактальной геометрии, с целью уменьшения трудоемкости и объемов исследований по оценке качества деталей различных конструкций.*

**Ключевые слова:** стальное литье, фрактальный метод, показатели качества, марганцевистая сталь

**N. A. Gulyaev, E. I. Yarovaya, I. O. Leushin, G. A. Gusev**

## FRactal Geometry in Estimation of the Mechanical Properties of Castings from 20GL Steel

*Steel 20GL, which has a ferrite-pearlite structure containing alloying components Mn and Si, has high strength properties and ductility, and is economically feasible for use in many branches of mechanical engineering. Due to the low thermal conductivity and a sufficiently low crystallization rate, both physical and chemical inhomogeneities of the structure are inevitable, which affects the mechanical strength. It is proposed to assess the quality of cast products made of 20GL steel using elements of fractal geometry in order to reduce the labor intensity and volume of research to assess the quality of parts of various designs.*

**Keywords:** steel casting, fractal method, quality index, manganese steel.

### Основной текст

В машиностроении используются стали обладающие комплексом механических свойств, которые соответствуют определенной ее структуре. В работе рассматривается возможность оперативной оценки механической прочности, исключающая разрушающий контроль и затратные методы определения механических свойств путем применения методов фрактальной геометрии [1], обычно используемые для идентификации сложных объектов различной природы [2 – 4].

Исследовались форма, размер и распределение структурных составляющих в различных участках отливки «корпус подшипника» из стали 20ГЛ ГОСТ 977-88 (масса 16,4 кг, минимальная толщина стенок – 12 мм, максимальная – 55 мм), сформированных при различных скоростях затвердевания (1-3 °C/c и 5 °C/c) на микрошлифах при различных увеличениях. Скорость затвердевания существенно влияет на размер зерен феррита и перлита, что в конечном итоге предопределяет свойства отливки.

Известно, что применимость языка фрактальной геометрии для идентификации структуры металла оправдана там, где существует корреляция между зеренной структурой, ее качественными характеристиками и свойствами самоподобия [1 – 5].

Реальному фракталу в любом масштабе его структуры присущи одни и те же геометрические особенности и масштаб длины  $l$ , при отклонении от которого в любую

сторону свойство самоподобия пропадает [9]. Таким образом, свойство самоподобия фракталов рассматривается на масштабах  $l_{min} \leq l \leq l_{max}$ .

В основе выбора масштаба ( $l$ ) зеренной структуры, от которой зависят такие свойства как твердость (НВ), временное сопротивление ( $\sigma_B$ ), относительное удлинение ( $\delta$ ), для оценки ее фрактальной размерности определяется интервал, в котором соблюдается ее самоподобие и на интервале ( $l_{min}:l_{max}$ ) выбирается единственный масштаб, на котором расчет фрактальной размерности дает наиболее точный результат.

Эмпирически задается шаг  $\Delta l$  – изменение масштаба от  $l_{min}$  до  $l_{max}$  и вычисляются оценки фрактальной размерности.

$$l_{min} + (l_{min} + \Delta l) + (l_{min} + 2\Delta l) + \dots + (l_{min} + n\Delta l) \quad (1)$$

$$n = (l_{max} - l_{min})/\Delta l.$$

Оптимальным масштабом представления структуры является тот, при котором в двух соседних членах ряда (1) фрактальные размерности имеют минимальные различия, при этом свойство самоподобия структуры соблюдается.

На основе проведенных исследований фотографий микроструктур (рис. 1) было выявлено, самоподобие в указанном интервале масштаба (увеличение структуры стали 20ГЛ от 100 до 1000) при  $\Delta l = 100$  сохраняется. Оптимальный масштаб равен  $\times 525$ , поскольку в двух рядом стоящих масштабах ( $\times 500$ ,  $\times 550$ ) фрактальные размерности незначительно отличаются между собой (1,76, 1,72 соответственно).

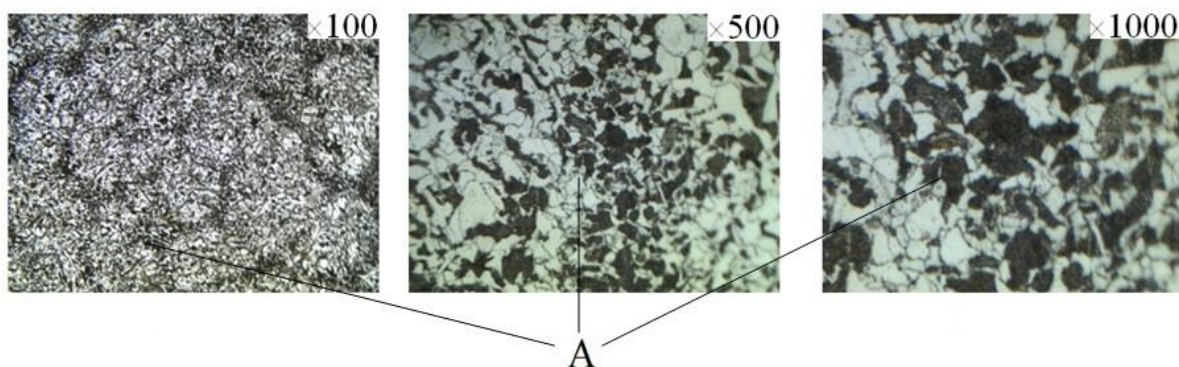


Рисунок 1. Структура шлифа сталь 20ГЛ. (увеличение  $\times 100$ ,  $\times 500$ ,  $\times 1000$ ; скорость охлаждения  $5^\circ\text{C}/\text{c}$ ).

Аналогично выбирался оптимальный масштаб на структурах стали 20ГЛ, охлаждаемой при скорости  $3^\circ\text{C}/\text{c}$ , на микрошлифах с увеличением, соответствующих рисунку 1. Оптимальный масштаб  $\times 525$  (фрактальные размерности  $\times 500 - 1,72$ ;  $\times 550 - 1,69$ ).

Самоподобие структуры можно оценить по одной из характерных геометрических фигур на шлифе, например, фигура А (рис. 1). Соотношение размеров границ этой фигуры при всех масштабах увеличения сохраняется, т.е. самоподобие не нарушено. Структура состоит из множества фаз, каждая из которых имеет свою фрактальную размерность, например феррита, перлита и т.д. Спектр обобщенных статистических размерностей  $D(q)$  на интервале  $-100 < q < +100$ , определенных по формуле (2) [2], приведен на рис. 2.

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^N P_i^q}{\ln \delta}, \quad (2)$$

где  $\delta$  – ячейка, единичный элемент, которой покрывают исследуемый объект (линейные размеры клетки);

$P_i = P_i(\delta) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i(\delta)}{N}$  – вероятность того, что наугад взятая точка находится в  $i$  ячейке, а  $n_i(\delta)$  представляет собой количество точек в  $i$  ячейке квадратной сетки размером  $\delta$ ;

$\sum_{i=1}^N P_i^q$  - статистическая сумма, зависит от степени  $q$ , которая принимает значения от  $-\infty$  до  $+\infty$ ;

$N$  – суммарное количество ячеек, которое занимает объект исследования.

Если  $D(q) = D$ , т.е. не зависит от  $q$ , то исследуемый объект является обычным, регулярным фракталом (монофракталом), который характеризуется всего лишь одной величиной – фрактальной размерностью  $D$ . Если функция  $D(q)$  меняется с  $q$ , то рассматриваемый объект является мультифракталом, а  $D(q)$  – показывает, насколько он неоднороден.

Обозначив через  $D_0, D_1, D_2, D_\infty, D_{-\infty}$  фрактальные размерности, имеем:  $D_0$  - однородный фрактал при  $q = 0$ ;  $D_1$  - информационная размерность, характеризующая скорость роста количества информации, необходимой для определения местонахождения точки на объекте исследования при стремлении  $\delta$  к нулю.;  $D_2$  - корреляционная размерность при  $q = 2$  вероятность нахождения в одной и той же ячейке сетки двух точек на объекте исследования;  $D_\infty, D_{-\infty}$  - размерность наиболее разреженного и концентрированного пространства в объекте исследования.

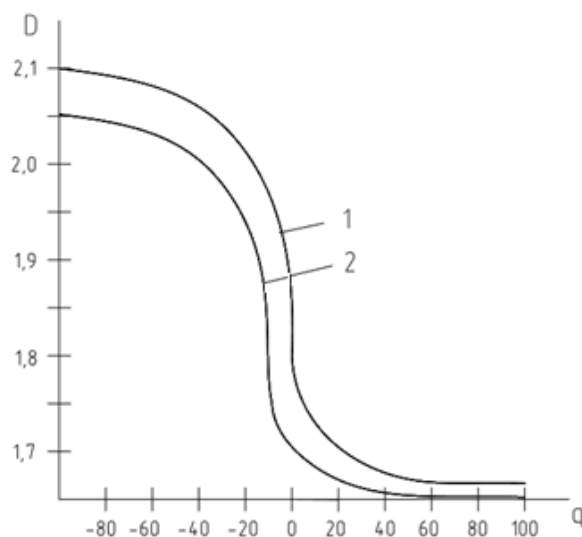


Рисунок 2. Спектр обобщенных статистических размерностей для ферритно - перлитной структуры стали 20 ГЛ на интервале  $-100 < q < +100$ : 1 – скорость затвердевания  $5 \text{ }^\circ\text{C/s}$ ; 2 – скорость затвердевания  $1-3 \text{ }^\circ\text{C/s}$ .

Степень влияния структуры материала на конкретный показатель механических свойств определяет коэффициент чувствительности [1]:

$$K = |y_i - y_{i+1}| / |x_i - x_{i+1}|, \quad (3)$$

где  $x_i, x_{i+1}$  – показатели качества в двух контрольных точках;  $y_i, y_{i+1}$  – фрактальные размерности элементов структуры в этих точках.

По результатам вычисления  $K$  определяются «отсеиваемые» показатели с низкой чувствительностью, тем самым точность прогноза повышается (табл. 1). Кроме того была проведена оценка чувствительности механических свойств образцов к различным фрактальным размерностям из спектра  $D_{-100} \dots D_{+100}$ . Проведенный анализ показал, что наиболее высокой чувствительностью к форме и размеру зерен феррита обладает размерность  $D_0$ .

Таблица 1. Чувствительность механических свойств к фрактальной размерности  $D_0$ .

Чувствительность	НВ, МПа	$\sigma_B$ , МПа	$\delta$ , %
$K$	0,14	0,005	0,039

Достаточно высокая чувствительность механических свойств отливки к фрактальной размерности наблюдается для показателя твердости (0,064), а наиболее низкая для временного сопротивления разрыву (0,009), что свидетельствует о влиянии размеров зерен феррита в первом случае больше, во втором – меньше.

Установлен ряд зависимостей механических свойств от формы и размера зерна феррита (рис. 4 (а-в)).

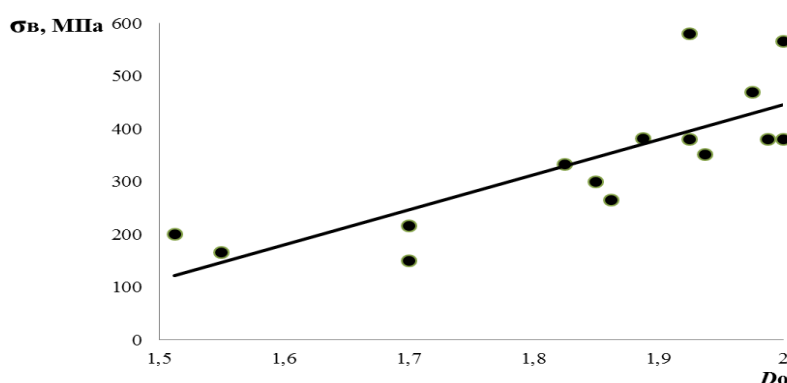


Рисунок 4 (а). Временное сопротивление разрыву ( $\sigma_B$ , МПа)

$$\sigma_B (\text{МПа}) = 663,78D_0 - 881,45 \text{ при коэффициенте достоверности аппроксимации } R^2 = 0,6369 \text{ (коэффициент корреляции } - 0,798)$$

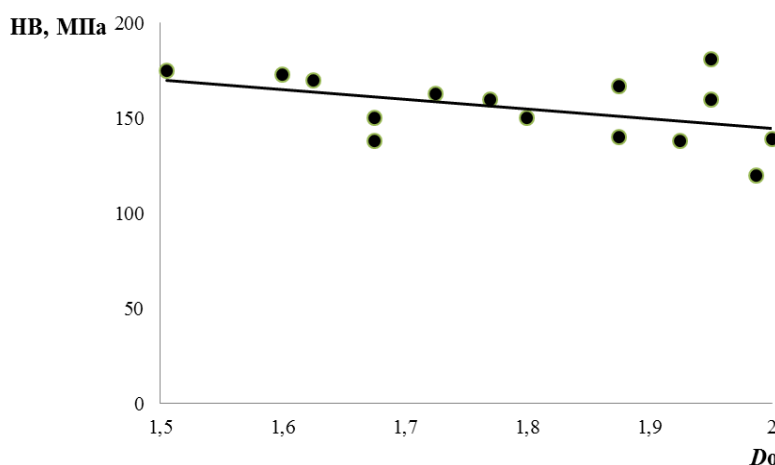


Рисунок 4 (б). Твердость (НВ, МПа)  $НВ (\text{МПа}) = -51,408D_0 + 247,25$  при коэффициенте достоверности аппроксимации  $R^2 = 0,2145$  (коэффициент корреляции – 0,463)

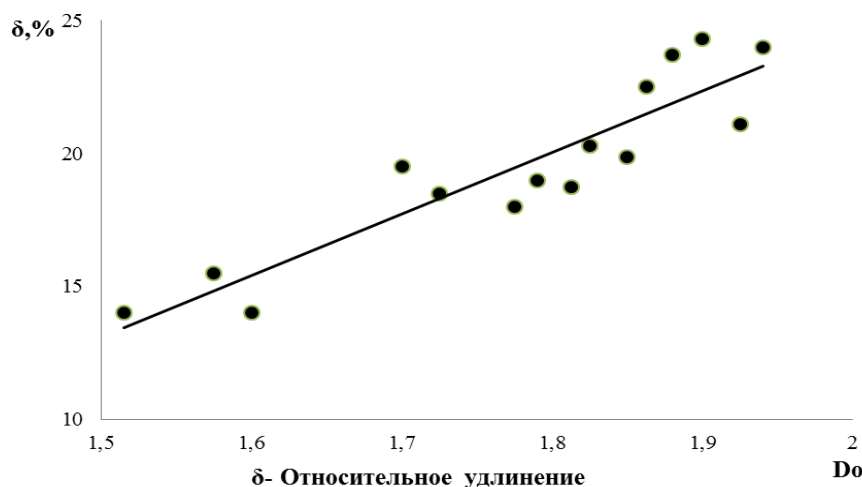


Рисунок 4 (в). Относительное удлинение ( $\delta, \%$ )  
 $\delta(\%) = 23,159D_0 - 21,651$  при коэффициенте достоверности аппроксимации  
 $R^2 = 0,8368$  (коэффициент корреляции – 0,914).

Показатели механических свойств при повышении фрактальной размерности феррита с 1,5 до 2, за исключением твердости, увеличиваются.

#### Выводы

Рассмотрена связь фрактальной размерности структуры стали 20ГЛ с механическими свойствами и скоростью затвердевания отливки. Определены функциональные зависимости между относительным удлинением, твердостью, временным сопротивлением разрыву и размерностью Хаусдорфа–Безиковича ( $D_0$ ), которые можно использовать при оперативной прогнозной оценке качества металла без проведения дополнительных исследований при наличии фотографий микроструктур.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Большаков, В. И. Основные этапы фрактального моделирования в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2019. – № 2. – С. 24-29.
2. Большаков, В. И. Особенности применения мультифрактального формализма в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Матеріалознавство. – 2008. – № 11. – С. 99-107.
3. Волчук В. Н. Мультифрактальный подход при оценке перлитной структуры // Вісник придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2018. – №6. – С. 31-36.
4. Кабалдин, Ю.Г. Оценка фрактальной размерности наноструктур / Ю. Г. Кабалдин, Е. Е. Власов, А. А. Просолович, А. С. Хвостиков. // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексева. – 2014. – №1. – С. 92-97.
5. Штофель, О. А. Метод фрактального анализа для оценки структуры конструкционных сталей / О. А. Штофель // Знание. – 2016. – № 7-1(36). – С. 54-56.

Поступила в редколлегию 05.03.2022г.