

УДК 621.86

**Е. В. Пантюхина**, канд. техн. наук, доц., **В. В. Прейс**, д-р техн. наук, проф.  
Тульский государственный университет, Россия,  
Тел. +7(4872)734493; E-mail: [elen-davidova@mail.ru](mailto:elen-davidova@mail.ru)

## ВЕРИФИКАЦИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ ДИСКОВЫХ БУНКЕРНЫХ ЗАГРУЗОЧНЫХ УСТРОЙСТВ

*В статье рассмотрена предложенная авторами математическая модель фактической производительности механических дисковых бункерных загрузочных устройств, учитывающая влияние на производительность устройства его параметров и параметров загружаемых изделий, и проведена ее верификация с использованием экспериментальных исследований четырех классических конструкций бункерных загрузочных устройств.*

**Ключевые слова:** автоматическая загрузка, бункерное загрузочное устройство, производительность, математическое моделирование.

**E. V. Pantyukhina, V. V. Preys**

## VERIFICATION OF A THEORETICAL APPROACH TO MATHEMATICAL MODELING OF THE FEED RATE OF MECHANICAL DISK HOPPER FEEDING DEVICES

*The paper considers the mathematical model of the actual feed rate of mechanical disk hopper feeding devices proposed by the authors, taking into account the impact on the feed rate of the device of its parameters and parameters of feeding products, and its verification is carried out using experimental studies of four classical designs of hopper feeding devices.*

**Keywords:** automatic feeding, hopper feeding device, feed rate, mathematical modeling.

### 1. Введение

В различных отраслях промышленности для подачи различных штучных изделий небольших размеров в оборудование для сборки в упорядоченном ориентированном положении, с заданным темпом и требуемой производительностью используют системы автоматической загрузки (САЗ). Необходимость применения таких систем обусловлена тем, что в большинстве случаев штучные изделия поступают на предприятие «навалом», неориентированными или теряют ориентацию в процессе производства.

Для приведения таких изделий к требуемому положению в САЗ предусмотрено бункерное загрузочное устройство (БЗУ), которое является основным элементом САЗ. БЗУ является уникальным устройством, так как надежная работа каждого конкретного БЗУ будет обеспечена для изделия со строго определенной формой и размерами. Если же происходит незначительное изменение формы или размеров изделия даже в пределах 5-7%, то эффективность и надежность работы БЗУ резко падает [1-2]. В связи с этим постоянно возникают задачи проектирования новых конструкций БЗУ, которые в совокупности с САЗ будут способны обеспечить выполнение своих основных функций.

На ранних этапах разработки и создания новой конструкции БЗУ перед проектировщиками встает задачи определения его главной характеристики – фактической производительности БЗУ. Решение поставленных задач усложняется вероятностным принципом захвата изделий движущимися захватывающими органами БЗУ в процессе его работы. Оно должно базироваться на математических моделях, которые учитывают влияние на производительность БЗУ его конструктивных параметров, окружной скоро-

сти захватывающих органов, формы и размеров штучного изделия, коэффициентов трения между самими изделиями, а также изделиями и элементами конструкции БЗУ.

Фактическая производительность  $P_{БЗУ}$  [шт./мин] БЗУ с вращающимися захватывающими органами определяется по известному выражению:

$$P_{БЗУ} = 60 \frac{v}{t} \eta, \quad (1)$$

где  $v$ ,  $t$  – соответственно окружная скорость [м/с] и шаг захватывающих органов [м], определяемые по оси их расположения;  $\eta$  – коэффициент выдачи [3].

Анализ работ советских и зарубежных ученых показал, что они, основываясь на экспериментальных исследованиях и законах классической механики, позволяют получить только области граничных значений кинематических параметров и эмпирические модели производительности конкретных БЗУ для изделий определенной формы и размеров [4]. Данный подход наиболее подробно и широко был изложен в работах В.Ф. Прейса и охватывал различные конструкции БЗУ, описывая коэффициент выдачи в математической модели их производительности в виде общей эмпирической модели, коэффициенты которой определялись экспериментально для каждого БЗУ [5].

Первой работой, в которой был изложен подход, позволяющей получить теоретическое описание коэффициента выдачи на базе теории вероятностей, была монография М.В. Медвидя [6]. Вероятность захвата штучного изделия захватывающим органом описывалась произведением вероятностей перехода изделия из произвольного положения в БЗУ в положение благоприятное для захвата  $p_i$ , отсутствием помех при реализации данного перехода со стороны других изделий  $p_c$  и слишком высокой окружной скорости захватывающих органов  $p_v$ . Последняя из трех вероятностей некорректно описывала влияние скорости захватывающих органов на вероятность захвата изделия.

### 1. Основное содержание и результаты работы

Авторами статьи предложен комплексный теоретический подход, в основе которого для описания коэффициента выдачи лежит полученная экспериментальным путем эмпирическая зависимость В.Ф. Прейса вида  $\eta = \eta_{\max} - \varepsilon^4$ , приведенная к виду:

$$\eta = \eta_{\max} (1 - \varepsilon_{\text{пред}} v^4), \quad (2)$$

где  $\eta_{\max}$  – максимальная величина коэффициента выдачи БЗУ, соответствующая окружным скоростям захватывающих органов близким к нулю;  $\varepsilon$  – коэффициент, определяемый из начального условия невозможности захвата изделия из-за слишком высокой (предельной) скорости  $v_{\text{пред}}$  захватывающего органа, при которой производительность БЗУ становится равной нулю. При этом  $\varepsilon = \eta_{\max} \varepsilon_{\text{пред}}$ .

Коэффициенты  $\eta_{\max}$  и  $\varepsilon_{\text{пред}}$  представленной выражением (2) модели определяются теоретически с использованием методов классической механики и теории вероятностей. Для определения  $\eta_{\max}$  коэффициента выдачи, соответствующего малым окружным скоростям захватывающих органов, было предложено выражение в виде произведения двух вероятностей, определяемых по методике М.В. Медвидя:

$$\eta_{\max} = P_i P_c. \quad (3)$$

Вероятность отсутствия помех со стороны слишком высокой окружной скорости захватывающих органов учитывается предложенным коэффициентом  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = v_{\text{пред}}^{-4}, \quad (4)$$

в котором предельное значение окружной скорости захватывающих органов определяем с помощью физической модели процесса захвата, разработанной для случая, когда невозможен захват ни одного изделия.

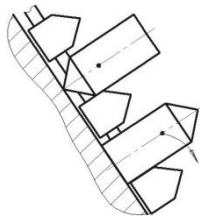


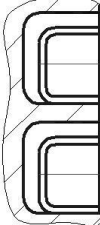
С учетом выражений (2) – (4) математическая модель производительности:

$$P_{\text{БЗУ}} = 60 \frac{v}{t} p_i p_c \left(1 - \frac{v^4}{v_{\text{пред.}}^4}\right). \quad (5)$$

Для подтверждения корректности и адекватности предложенной математической модели производительности, проведем ее верификацию с использованием результатов экспериментальных исследований В.Ф. Прейса, полученных для четырех конструкций дисковых БЗУ: с зубьями (тип I), с тангенциальными профильными карманами (тип II), карманчикового наклонного БЗУ с ориентированием на ножах, расположенных в прямоугольных карманах (тип III), вертикального БЗУ (тип IV).

В табл. 1 приведены схемы и параметры конструкций БЗУ и загружаемых изделий, а также полученные В.Ф. Прейсом данные.

Таблица 1. Результаты экспериментальных исследований В.Ф. Прейса

Тип БЗУ	Схемы БЗУ и загружаемых изделий	Параметры БЗУ и загружаемых изделий	Полученные данные
I		БЗУ: $\alpha_{\text{бун}} = 45^\circ, D = 0,39 \text{ м}, k = 58$ Изделие: $l = 0,03 \text{ м}, d = 0,01 \text{ м}$	$\eta = 0,42 - 24,51v^4$ $v_{\text{пред.}} = 0,362 \text{ м/с}$
II		БЗУ: $\alpha_{\text{бун}} = 70^\circ, D = 0,26 \text{ м}, k = 20$ Изделие: $l = 0,035 \text{ м}, d = 0,008 \text{ м}$	$\eta = 0,35 - 0,34v^4$ $v_{\text{пред.}} = 1,007 \text{ м/с}$
III		БЗУ: $\alpha_{\text{бун}} = 45^\circ, D = 0,52 \text{ м}, k = 52$ Изделие: $l = 0,040 \text{ м}, d = 0,010 \text{ м}$	$\eta = 0,90 - 27,2v^4$ $v_{\text{пред.}} = 0,426 \text{ м/с}$
IV		БЗУ: $\alpha_{\text{бун}} = 30^\circ, D = 0,24 \text{ м}, k = 30$ Изделие: $l = 0,012 \text{ м}, d = 0,017 \text{ м}$	$\eta = 0,33 - 0,81v^4$ $v_{\text{пред.}} = 0,799 \text{ м/с}$

В таблице приведены параметры:  $\alpha_{\text{бун}}$  – угол наклона бункера БЗУ;  $D$  – диаметр вращающегося диска по оси захватывающих органов;  $k$  – количество захватывающих органов в БЗУ;  $l, d$  – длина и диаметр изделия.

Для каждого БЗУ, представленного в табл. 1, были получены выражения для определения коэффициента  $\eta_{\max}$  с использованием подхода М.В. Медвидя (табл. 2).

Таблица 2. Выражения для определения коэффициента  $\eta_{\max}$  для всех типов БЗУ

Вероятность	Тип БЗУ	Выражения, описывающие вероятности и другие параметры математической модели
$p_i$	I	$1 - (1 - p_i p_{\max})^3 (1 - p_i p_{\min})^{n-3}$
	II	
	III	
	IV	
$p_i p_{\max}$	I	$p_{k_1} \frac{1}{\pi} \left( \arccos \frac{l_1 - x_c}{\sqrt{(l_1 - x_c)^2 + \frac{d^2}{4}}} - \arcsin \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha_{\text{буН}}} \right)$
	II	$\frac{p_{k_1}}{\pi} \left( 180^\circ - \arccos \left( \frac{x_c}{\sqrt{x_c^2 + 0,25d^2}} \right) - \arccos \left( \frac{l_1 - x_c}{\sqrt{(l_1 - x_c)^2 + 0,25d^2}} \right) - \right.$ $\left. - 2 \arcsin \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha_{\text{буН}}} \right)$
	III	
$p_i p_{\min}$	I	$p_i p_{\min} = p_k \frac{1}{\pi} \left( \arcsin \frac{d + \Delta t}{\sqrt{l_1^2 + d^2}} - \operatorname{arctg} \frac{d}{l_1} \right)$
	II	
	III	
$p_{k_i}$	I	$p_{k_1} = \frac{x_c}{\sqrt{4x_c^2 + d^2}} + \frac{l - x_c}{\sqrt{4(l - x_c)^2 + d^2}}$
	II	
	III	
	IV	$p_{k_1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{1 + \left(\frac{0,5d - r}{l - x_c}\right)^2}}, p_{k_2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{1 + \left(\frac{d}{2x_c}\right)^2}}$
$p_{l_3}$	IV	$\frac{\arccos \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{0,5d - r}{l - x_c}\right)^2}} + \arccos \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{2x_c}\right)^2}} - 2 \arcsin \frac{\mu}{\tan \alpha_{\text{буН}}}}{\pi}$
$n$	I	$\frac{\pi(0,5D - d) + D}{2d}$
	II	$\frac{\pi(0,5D - d) + D}{2l}$
	III	
$p_m$	IV	$\frac{2l}{l + d}$
$p_c$	I	$1 - \frac{\arctan \mu_1}{\pi} \frac{0,9 + 1,4l/d}{1 + 2l/d}$
	II	
	III	
	IV	

В табл. 2 приведены параметры:  $x_c$  – расстояние координаты центра масс изделия от его основания с наибольшим диаметром;  $\Delta t$  – величина зазора между стенкой захватывающего органа и расположившегося в нем изделия;  $l_1$  – длина цилиндрического торца изделия;  $\mu$  – коэффициент трения изделий об элементы БЗУ;  $\mu_1$  – коэффициент трения изделий друг о друга;  $m$  – показатель, зависящий от длины отрезка линии стыка, свободного от деталей ( $m = 1...3$ );  $r$  – радиус основания колпачка.

Для получения  $\varepsilon_{пред}$  была найдена окружная скорость захватывающих органов, при которой производительность БЗУ будет равна нулю  $v_{пред}$ , следуя рекомендациям при расчете на удар (табл. 3).

Таблица 3. Выражения для определения предельной скорости  $v_{пред}$  для всех типов БЗУ

Тип БЗУ	Выражение, описывающее предельную окружную скорость
I	$\left[ \frac{\pi(D-d) - 0,5(h_3^2 + d^2) + h_3\sqrt{h_3^2 + d^2}}{k} \right] \sqrt{\frac{g \sin\alpha}{d}}$ , где $h_3 = \frac{2D}{k} - d - \Delta t$
II	$\left( \sqrt{\frac{l^2}{d^2} - 0,25} - \frac{x_c}{d} \right) \cdot \sqrt{\frac{d \cdot g}{1 + 0,5(1 - \frac{x_c}{l}) - \sqrt{1 - \frac{0,25d^2}{l^2}}}}$
IV	
III	$\sqrt{g(d + 0,8\Delta t) + g\sqrt{0,04(4\Delta t + 5d)^2 - 0,8(\Delta t + d)^2}}$

В табл. 3 приведен параметр:  $h_3$  – ширина зуба. Затем с помощью полученных выражений по формуле (4) определяется коэффициент  $\varepsilon$ .

Значения коэффициентов  $\eta_{max}$  и  $v_{пред}$  для всех типов БЗУ, полученных авторами с помощью предложенных теоретических выражений и полученных В.Ф. Прейсом путем аппроксимации экспериментальных данных, сведены в табл. 4.

Таблица 4. Результаты верификации

Тип БЗУ	Экспериментальные значения (по В.Ф. Прейсу)		Теоретические значения (по предложенной модели)	
	$\eta_{max}$	$v_{пред}$	$\eta_{max}$	$v_{пред}$
I	0,420	0,362	0,431	0,355
II	0,350	1,007	0,374	0,986
III	0,900	0,426	0,928	0,413
IV	0,330	0,799	0,321	0,762

На рис. 1 представлены сравнительные графики зависимости коэффициента выдачи и производительности БЗУ от окружной скорости захватывающих органов, построенные по экспериментальным данным В.Ф. Прейса и на основе разработанных математических моделей.

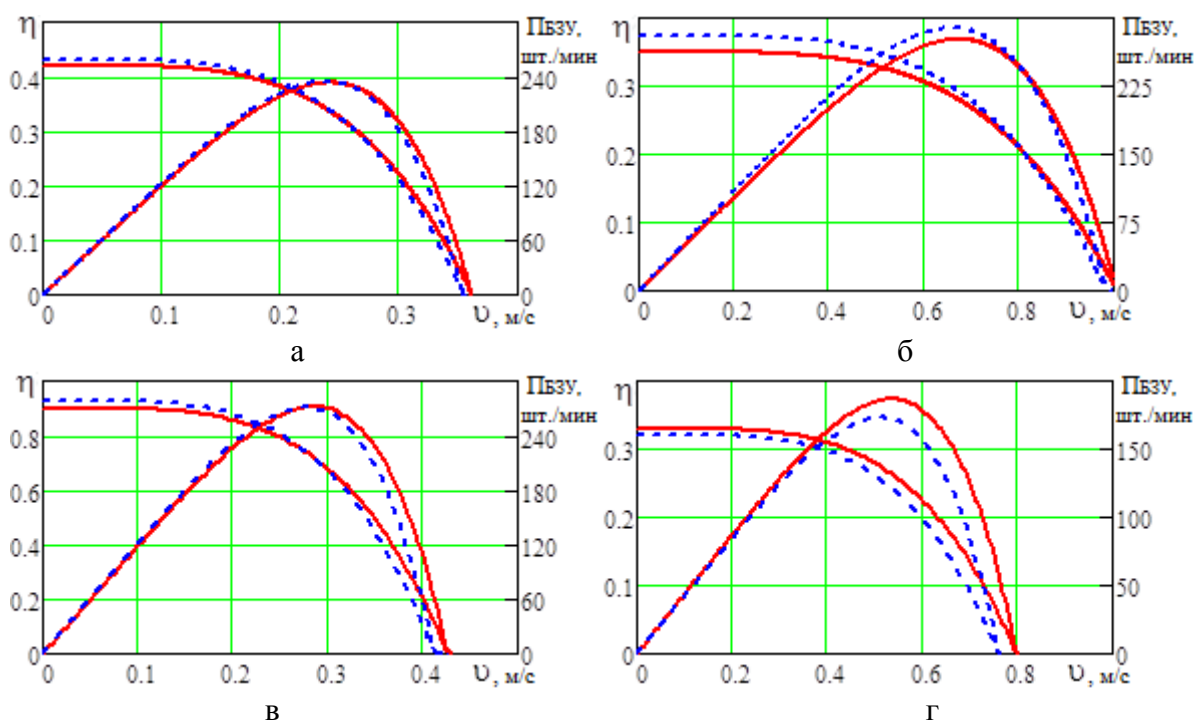


Рисунок 1. Сравнительные графики зависимостей коэффициента выдачи и производительности БЗУ от окружной скорости захватывающих органов:

а – тип I; б – тип II; в – тип III; г – тип IV:

(—) – экспериментальные зависимости по В.Ф. Прейсу;

(- - -) – теоретические зависимости, полученные авторами

Как показано на рис. 1, графики экспериментальных и теоретических зависимостей совпадают с отклонением не более 11%.

#### 4. Заключение

Учитывая, что колебания производительности могут достигать 20%, то предложенный подход к математическому описанию коэффициента выдачи и производительности БЗУ можно считать адекватным и корректным. Предложенная модель учитывает влияние на производительность БЗУ как его параметров, так и свойств загружаемых изделий.

Адекватность и корректность предложенного подхода была проведена не только на классических конструкциях БЗУ, но и на разработанных авторами усовершенствованных БЗУ: с радиальными гнездами и кольцевым ориентатором [7], зубчатом БЗУ с кольцевым ориентатором [8], вертикальном БЗУ с вращающимися роликами [9]. Проведенные экспериментальные исследования подтвердили теоретические выводы о работоспособности конструкций и адекватности и корректности построенных математических моделей производительности [10-12].

Таким образом, предложенный авторами подход к математическому моделированию производительности БЗУ, заключающийся в сочетании методов классической механики и теории вероятностей, позволяет получить корректные математические описания процессов захвата деталей движущимися захватывающими органами и производительности различных конструкций механических БЗУ.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Прейс, В.В. Надежность автоматических роторно-конвейерных линий для сборки многоэлементных изделий/ В.В. Прейс // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2003. № 10. – С. 17–22.
2. Прейс, В.В. Системы автоматической загрузки штучных предметов обработки в роторные и роторно-конвейерные линии/ В.В. Прейс // Вестник машиностроения. – 2002. № 12. – С. 16–19.
3. Давыдова, Е.В. Развитие теории производительности механических дисковых бункерных загрузочных устройств/ Е.В. Давыдова, В.В. Прейс// В сборнике: Производительность и надежность технологических систем в машиностроении. Материалы конференции, посвященной 85-летию со дня рождения заслуженного работника высшей школы Российской Федерации, д-ра техн. наук, проф. Волчкевича Л.И. Под научной редакцией д-ра техн. наук, профессора В.В.Прейса и д-ра техн. наук И.Л. Волчкевича. – 2015. – С. 88-92.
4. Пантюхина, Е.В. Методология комплексного подхода для оценки производительности механических дисковых бункерных загрузочных устройств/ Е.В. Пантюхина// В сборнике: Проблемы машиноведения. Материалы IV Международной научно-технической конференции. – 2020. – С. 380-388. ISBN: 978-5-8149-3011-8.
5. Автоматизация загрузки прессов штучными заготовками / В.Ф. Прейс [и др.]; под ред. В.Ф. Прейса. – М.: Машиностроение, 1975. – 280 с.
6. Медвидь, М.В. Автоматические ориентирующие загрузочные устройства/ М.В. Медвидь. – М.: МАШГИЗ, 1963. – 299с.
7. Пат. 2720017. Бункерное загрузочное устройство для цилиндрических заготовок с конической формой одной из концевых частей / В.В. Прейс, Е.В. Пантюхина. – опубл. 23.04.2020. Бюл. № 46.
8. Пат. 183611 РФ. Бункерное загрузочное устройство для предметов обработки с неявно выраженной асимметрией торцов / В.В. Прейс, В.Ю Токарев, А.В. Хачатурян. – опубл. 27.09.2018. Бюл. № 27.
9. Пат. 170000. Бункерное загрузочное устройство / Е.В. Давыдова, В.В. Прейс, А.В. Чурочкин. – опубл. 11.04.2017. Бюл. № 11.
10. Давыдова, Е.В. Автоматическая загрузка стрежневых предметов обработки с неявно выраженной асимметрией по торцам / Е.В. Давыдова, В.В. Прейс: под ред. В.В. Прейса. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2009. – 112 с. – ISBN 978-5-7679-1538-5.
11. Голубенко, В.В. Экспериментальные исследования производительности дискового зубчатого бункерного загрузочного устройства с кольцевым ориентатором / В.В. Голубенко, Е.В. Давыдова, В.Ю. Токарев // В сборнике: Автоматизация: проблемы, идеи, решения. Материалы Международной научно-технической конференции «АПИР-16»: в 2 частях. Ответственный редактор В. В. Прейс. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. – С. 39-43.
12. Пантюхина, Е.В. Результаты теоретического и экспериментального исследования вертикального бункерного загрузочного устройства с роликами для плоских и близких к равноразмерным деталям с неявной асимметрией / Е.В. Пантюхина, В.В. Прейс, И.В. Пузиков, Э.В. Дьякова // В сборнике: Проблемы машиноведения. Материалы V Международной научно-технической конференции. – Омск, 2021. – С. 377-386. – ISBN 978-5-8149-3246-4.

Поступила в редколлегию 29.01.22г.