

УДК 621.833

**Р. М. Грубка**, канд. техн. наук, доцент  
ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», ДНР  
Тел. / Факс: +38 (071) 3114221; E-mail: [grubka\\_roman@mail.ru](mailto:grubka_roman@mail.ru)

## ОБОБЩЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СОЕДИНЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС, УЧИТЫВАЮЩИЕ НАЛИЧИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ПЕРЕДАЧ

*В статье приведена методика описания геометрии боковой поверхности пространственно-модифицированных зубьев цилиндрических зубчатых колес при известной геометрии исходного зубчатого колеса для условий внешнего и внутреннего зацеплений с помощью обобщенных зависимостей. Зависимости учитывают влияние на геометрию боковой поверхности зубьев погрешностей изготовления зубчатых колес, погрешностей монтажа и деформации элементов зубчатых передач под действием рабочей нагрузки.*

**Ключевые слова:** пространственное соединение, цилиндрическое зубчатое колесо, внешнее зацепление, внутреннее зацепление, пространственная модификация, погрешности изготовления, погрешности монтажа, деформации

**R. M. Grubka**

## GENERALIZED DEPENDENCIES FOR THE SPATIAL CONNECTION OF CYLINDRICAL GEARS, TAKING INTO ACCOUNT THE PRESENCE OF ERRORS AND DEFORMATIONS OF THE GEAR ELEMENTS

*The method describing the geometry of the lateral surface of the spatially-modified cylindrical gears teeth is presented in the article when the geometry of the initial gear wheel is known for the conditions of external and internal links using generalized dependencies. The dependencies take into account the influence on the geometry of the lateral teeth surface of the errors in the gears manufacture, the errors in mounting and deformation of the gear elements under the work load influence.*

**Keywords:** spatial connection, cylindrical cogwheel, external gearing, internal gearing, spatial modification, manufacturing errors, installation errors, deformation

### 1. Введение

Важнейшей задачей в машиностроении является проектирование и изготовление конкурентоспособных машин и агрегатов с высокими эксплуатационными характеристиками. Решение этой задачи в значительной степени зависит от качества и эффективности изготовления и сборки деталей и узлов, в том числе цилиндрических эвольвентных зубчатых колес и передач на их основе. К зубчатым колесам и передачам традиционно предъявляются повышенные требования по надежности, долговечности, нагрузочной способности, при сохранении или уменьшении габаритных размеров. Увеличивают эксплуатационные показатели зубчатых передач путем применения более прочных конструкционных материалов, повышением точности и качества изготовления и совершенствованием геометрии зацепления [1]. Совершенствование геометрии зацепления является наиболее перспективным направлением, позволяющим с минимальными затратами из тех же материалов и при той же точности изготовления получить передачу с большей нагрузочной способностью.

К первым системам синтеза зубчатых зацеплений относятся системы геометро-кинематического синтеза. В работе [2] Ф. Л. Литвина представлены несколько возможных способов геометро-кинематического синтеза зубчатых зацеплений. Более широкие возможности синтеза зубчатых передач различных классов, типов и видов

представил М. Л. Ерихов [3]. Существуют системы синтеза зубчатых зацеплений по качественным показателям с использованием блокирующих контуров. Системы геометрического синтеза представлены Г. И. Шевелевой [4], В. П. Шишовым [5], А. И. Павловым [6]. Одной из современных систем теоретического синтеза эвольвентных зубчатых передач, является система предложенная проф. Э. Б. Вулгаковым [7]. Система синтеза зубчатых зацеплений, включающая теоретическое и технологическое формообразование представлена в работах [8, 9].

Создание высоконагруженных передач зацепления связано с нахождением геометрии рабочих поверхностей, обеспечивающей высокие значения критериев работоспособности [6, 10, 11, 12, 13, 14]. Другим направлением создания зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью является синтез геометрии зубьев зубчатых передач по заданной линии зацепления. Для реализации подходов по проектированию передач разработаны системы синтеза и оптимизации цилиндрических зубчатых колес и передач [1, 15, 16], в том числе и с многокритериальной оптимизацией [17, 18]. Основные положения системы оптимизационного синтеза профилей зубьев цилиндрических передач представлены в работах [1, 15, 16].

Синтез зубчатых передач различных классов, типов и видов должен осуществляться с учетом их жизненного цикла. При этом важными этапами жизненного цикла зубчатых передач являются взаимосвязанные рекуррентные процессы их теоретического и технологического формообразования [8, 9, 19, 20]. Работа по созданию технических систем синтеза зубчатых передач получила свое дальнейшее развитие с распространением новых информационных технологий [21], в том числе и технологии сквозной поддержки сложной наукоемкой продукции на всех этапах ее жизненного цикла, называемых CALS-технологиями (Continuous Acquisition and Life-cycle Support) [22].

Работоспособность зубчатых передач зависит от вида и величины перемещений, которые вызваны наличием погрешностей изготовления; погрешностей монтажа зубчатых венцов; погрешностей взаимного положения зубчатых венцов, возникающих в процессе эксплуатации вследствие деформаций элементов зубчатых передач [23, 24]. Наличие погрешностей приводит к пространственному характеру контактирования зубьев в соединении и к необходимости синтеза пространственных геометрий боковой поверхности зубьев близких к их естественному износу в процессе эксплуатации.

Широкое применение пространственных соединений цилиндрических зубчатых колес затруднено из-за сложности геометрии самих изделий, геометрии режущего инструмента и кинематики относительных движений инструмента и заготовки. Поэтому возникает необходимость в разработке таких способов формообразования, подходов в описании геометрии рабочих поверхностей зубьев и режущих инструментов, которые позволят полностью использовать возможности современного технологического оборудования при применении современных компьютерных технологий, что в конечном счете определяет актуальность представленной работы.

## 2. Основная часть

В работе рассматриваются зубчатые соединения цилиндрических зубчатых колес внешнего и внутреннего зацепления, в том числе соединения с внутренним зацеплением с передаточным отношением равным единице, применяемые в зубчатых муфтах. Профиль зубьев колес и обойм зубчатых муфт принимается эвольвентным с прямой образующей. Боковые поверхности зубьев шестерни и зубчатой втулки выполняются с пространственной геометрией, способной компенсировать погрешности изготовления и монтажа, а также перемещения вызванные деформациями, которые

возникают в процессе эксплуатации элементов зубчатых соединений. На рис. 1 – 3 представлены системы координат цилиндрических зубчатых колес соответственно: внешнего зацепления, внутреннего зацепления и внутреннего зацепления с передаточным отношением равным 1. Как видно из рис. 1 – 3 с каждым из элементов зубчатого соединения связана одна правосторонняя подвижная система координат:  $S_1(x_1, y_1, z_1)$  - подвижная система координат связанная с шестерней или с зубчатой втулкой,  $S_2(x_2, y_2, z_2)$  - подвижная система координат связанная с зубчатым колесом или зубчатой обоймой. А так же выбрано расположение неподвижной, абсолютной системы координат  $S(x, y, z)$  – начало координат, которой совпадает с полюсом зацепления  $P$ .

Зубья колес во время эксплуатации взаимодействуют при наличии погрешностей изготовления, монтажа и перемещений, вызванных деформациями, которые возникают под действием рабочей нагрузки. Примем что оси системы координат зубчатого колеса (зубчатой обоймы) параллельны осям абсолютной системы координат, а начало координат лежит на оси  $OY$ . А все возможные погрешности, деформации и перемещения сведем к суммарным значениям перемещений и поворотов [25, 26] и придадим их подвижной системе координат  $S_1(x_1, y_1, z_1)$  связанной с шестерней (зубчатой втулкой). Таким образом, системе координат  $S_1(x_1, y_1, z_1)$  связанной с шестерней (зубчатой втулкой) сообщается рис. 4:

- поворот относительно оси  $x_1$  на угол  $\phi_{x\Sigma}$ , матрица перехода:

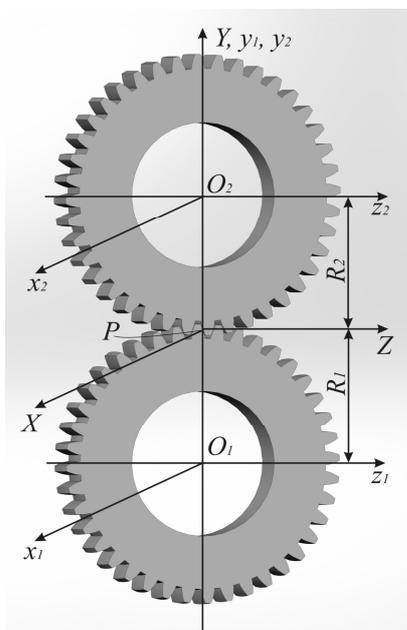


Рисунок 1. Системы координат цилиндрических зубчатых колес внешнего зацепления

$$M_{\phi_{x\Sigma}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_{x\Sigma} & \sin \phi_{x\Sigma} & 0 \\ 0 & -\sin \phi_{x\Sigma} & \cos \phi_{x\Sigma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (1)$$

- поворот относительно оси  $y_1$  на угол  $\phi_{y\Sigma}$ , матрица перехода:

$$M_{\phi_{y\Sigma}} = \begin{vmatrix} \cos \phi_{y\Sigma} & 0 & \sin \phi_{y\Sigma} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_{y\Sigma} & 0 & \cos \phi_{y\Sigma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

- три перемещения относительно трех координатных осей абсолютной системы координат  $\Delta x_\Sigma, \Delta y_\Sigma, \Delta z_\Sigma$ , матрица перехода:

$$M_{cm} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x_\Sigma \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y_\Sigma \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z_\Sigma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (3)$$

- во время работы шестерня (зубчатая втулка) вращается вокруг оси  $z_1$ <sup>III</sup>, вращение задается углом поворота  $\phi_1$ , матрица перехода:

$$M_{\phi_1} = \begin{vmatrix} \cos \phi_1 & \sin \phi_1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (4)$$

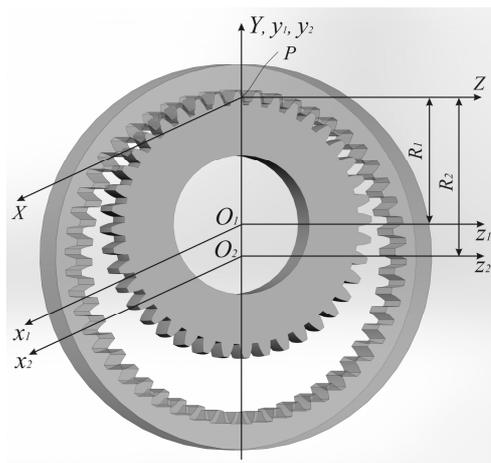


Рисунок 2. Системы координат цилиндрических зубчатых колес внутреннего зацепления

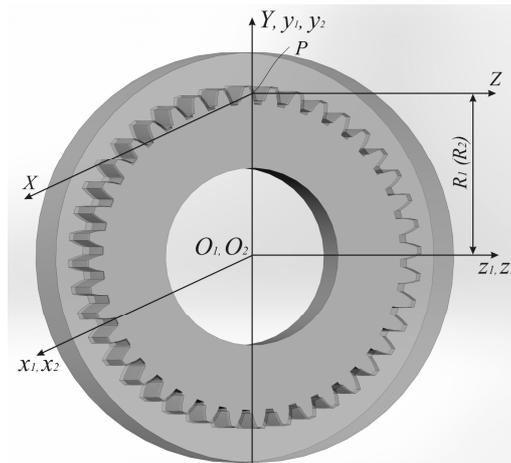


Рисунок 3. Системы координат цилиндрических зубчатых колес внутреннего зацепления с передаточным отношением равным 1

- перенос начала координат в полюс зацепления  $P$ , матрица перехода:

$$M_{P1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -R_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Найдя произведение матриц  $M_{\phi_{x\Sigma}}$ ,  $M_{\phi_{y\Sigma}}$ ,  $M_{cm}$ ,  $M_{\phi_1}$  и  $M_{P1}$  получим матрицу перехода от системы координат  $S_I(x_I, y_I, z_I)$  связанной с шестерней (зубчатой втулкой) к абсолютной системе координат  $S(X, Y, Z)$ :

$$M_1 = M_{P1} M_{\phi_1} M_{cm} M_{\phi_{y\Sigma}} M_{\phi_{x\Sigma}} = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} m_{11} &= \cos \phi_1 \cos \phi_{y\Sigma}; \\ m_{12} &= \cos \phi_{x\Sigma} \sin \phi_1 - \cos \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}; \\ m_{13} &= \sin \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} + \cos \phi_1 \cos \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}; \\ m_{14} &= \Delta x_{\Sigma} \cos \phi_1 + \Delta y_{\Sigma} \sin \phi_1; \\ m_{21} &= -\cos \phi_{y\Sigma} \sin \phi_1; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 m_{22} &= \cos \phi_1 \cos \phi_{x\Sigma} + \sin \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m_{23} &= \cos \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} - \cos \phi_{x\Sigma} \sin \phi_1 \sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m_{24} &= \Delta y_\Sigma \cos \phi_1 - R_1 - \Delta x_\Sigma \sin \phi_1; \\
 m_{31} &= -\sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m_{32} &= -\cos \phi_{y\Sigma} \sin \phi_{x\Sigma}; \\
 m_{33} &= \cos \phi_{x\Sigma} \cos \phi_{y\Sigma}; \\
 m_{34} &= \Delta z_\Sigma.
 \end{aligned}$$

Система уравнений для перехода от системы координат  $S_I(x_I, y_I, z_I)$  связанной с шестерней (зубчатой втулкой) к абсолютной системе координат  $S(X, Y, Z)$  имеет вид:

$$\left. \begin{aligned}
 X &= m_{11}x_1 + m_{12}y_1 + m_{13}z_1 + m_{14}; \\
 Y &= m_{21}x_1 + m_{22}y_1 + m_{23}z_1 + m_{24}; \\
 Z &= m_{31}x_1 + m_{32}y_1 + m_{33}z_1 + m_{34}.
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Матрица перехода от абсолютной системы координат  $S(X, Y, Z)$  к системе координат  $S_I(x_I, y_I, z_I)$  связанной с шестерней (зубчатой втулкой) имеет вид:

$$M_1' = (M_{P_1} M_{\phi_1} M_{c_m} M_{\phi_{y\Sigma}} M_{\phi_{x\Sigma}})^{-1} = \begin{pmatrix} m'_{11} & m'_{12} & m'_{13} & m'_{14} \\ m'_{21} & m'_{22} & m'_{23} & m'_{24} \\ m'_{31} & m'_{32} & m'_{33} & m'_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned}
 m'_{11} &= \cos \phi_1 \cos \phi_{y\Sigma}; \\
 m'_{12} &= -\cos \phi_{y\Sigma} \sin \phi_1; \\
 m'_{13} &= -\sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m'_{14} &= \Delta z_\Sigma \sin \phi_{y\Sigma} - \Delta x_\Sigma \cos \phi_{y\Sigma} - R_1 \cos \phi_{y\Sigma} \sin \phi_1; \\
 m'_{21} &= \cos \phi_{x\Sigma} \sin \phi_1 - \cos \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m'_{22} &= \cos \phi_1 \cos \phi_{x\Sigma} + \sin \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m'_{23} &= -\cos \phi_{y\Sigma} \sin \phi_{x\Sigma}; \\
 m'_{24} &= R_1 (\cos \phi_1 \cos \phi_{x\Sigma} + \sin \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}) - \Delta y_\Sigma \cos \phi_{x\Sigma} + \\
 &+ \Delta z_\Sigma \cos \phi_{y\Sigma} \sin \phi_{x\Sigma} + \Delta x_\Sigma \sin \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m'_{31} &= \sin \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} + \cos \phi_1 \cos \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m'_{32} &= \cos \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} - \cos \phi_{x\Sigma} \sin \phi_1 \sin \phi_{y\Sigma}; \\
 m'_{33} &= \cos \phi_{x\Sigma} \cos \phi_{y\Sigma}; \\
 m'_{34} &= R_1 (\cos \phi_1 \sin \phi_{x\Sigma} - \cos \phi_{x\Sigma} \sin \phi_1 \sin \phi_{y\Sigma}) - \Delta y_\Sigma \sin \phi_{x\Sigma} - \\
 &- \Delta z_\Sigma \cos \phi_{x\Sigma} \cos \phi_{y\Sigma} - \Delta x_\Sigma \cos \phi_{x\Sigma} \sin \phi_{y\Sigma}.
 \end{aligned} \quad (10)$$

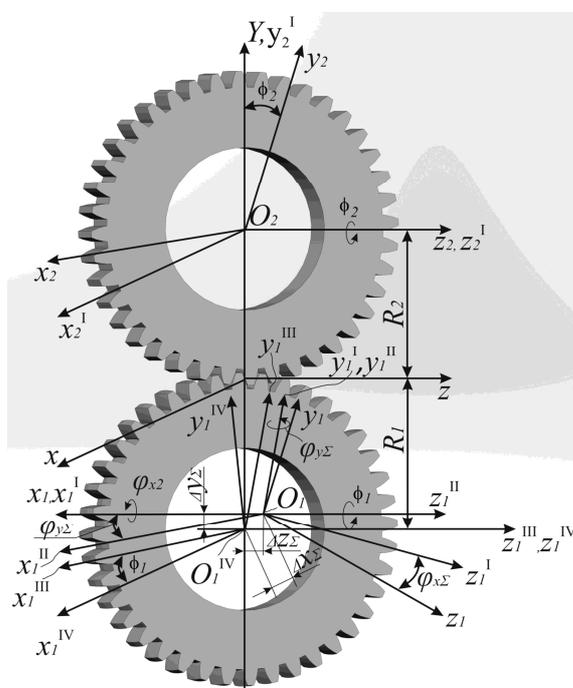
Система уравнений для перехода от абсолютной системы координат  $S(X, Y, Z)$  к системе координат  $S_I(x_I, y_I, z_I)$  связанной с шестерней (зубчатой втулкой):

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= m'_{11}X + m'_{12}Y + m'_{13}Z + m'_{14}; \\ y_1 &= m'_{21}X + m'_{22}Y + m'_{23}Z + m'_{24}; \\ z_1 &= m'_{31}X + m'_{32}Y + m'_{33}Z + m'_{34}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Системе координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$  связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой) сообщается (рис. 4):

- поворот вокруг оси  $z_2$  на угол  $\phi_2$ , матрица перехода:

$$M_{\phi_2} = \begin{vmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (12)$$



- для рассмотрения элементов зубчатого колеса (зубчатой обоймы) в абсолютной системе координат начало координат системы переносится в полюс зацепления P, матрица перехода:

$$M_{P_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \pm R_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (13)$$

Найдя произведение матриц (12) и (13) получим матрицу перехода от системы координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$ , связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой) к абсолютной системе координат  $S(X, Y, Z)$ :

$$M_2 = M_{P_2} M_{\phi_2} = \begin{vmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 & \pm R_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Рисунок 4. Системы координат цилиндрических зубчатых колес внешнего зацепления при наличии погрешностей изготовления и монтажа, а также деформаций элементов зубчатых передач

Система уравнений при переходе от системы координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$  связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой) к абсолютной системе координат  $S(X, Y, Z)$  имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} X &= x_2 \cos \phi_2 + y_2 \sin \phi_2; \\ Y &= -x_2 \sin \phi_2 + y_2 \cos \phi_2 \pm R_2; \\ Z &= z_2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Матрица перехода от абсолютной системы координат  $S(X, Y, Z)$  к системе координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$  связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой) имеет вид:

$$M_2' = \begin{vmatrix} \cos \phi_2 & -\sin \phi_2 & 0 & \pm R_2 \sin \phi_2 \\ \sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 & \mp R_2 \cos \phi_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (16)$$

Система уравнений при переходе от абсолютной системы координат  $S(X, Y, Z)$  к системе координат  $S_2(x_2, y_2, z_2)$  связанной с зубчатым колесом (зубчатой обоймой):

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= X \cos \phi_2 - Y \sin \phi_2 \pm R_2 \sin \phi_2; \\ y_2 &= X \sin \phi_2 + Y \cos \phi_2 \mp R_2 \cos \phi_2; \\ z_2 &= Z. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Обобщенные уравнения геометрии боковой поверхности зуба шестерни (зубчатой втулки) получим при рассмотрении находящихся в соединении зубчатых колес в одной системе координат, например в системе координат связанной с первым зубчатым колесом (зубчатой втулкой). Для чего в зависимости (11), которые описывают в общем виде геометрию боковой поверхности зуба первого зубчатого колеса (зубчатой втулки) подставим зависимости (15), которые описывают геометрию боковой поверхности зуба колеса (зубчатой обоймы) в абсолютной системе координат:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= m'_{11}(x_2 \cos \phi_2 + y_2 \sin \phi_2) + m'_{12}(-x_2 \sin \phi_2 + y_2 \cos \phi_2 \pm R_2) + m'_{13}z_2 + m'_{14}; \\ y_1 &= m'_{21}(x_2 \cos \phi_2 + y_2 \sin \phi_2) + m'_{22}(-x_2 \sin \phi_2 + y_2 \cos \phi_2 \pm R_2) + m'_{23}z_2 + m'_{24}; \\ z_1 &= m'_{31}(x_2 \cos \phi_2 + y_2 \sin \phi_2) + m'_{32}(-x_2 \sin \phi_2 + y_2 \cos \phi_2 \pm R_2) + m'_{33}z_2 + m'_{34}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые, получим обобщенные зависимости, определяющие геометрию боковой поверхности зубьев шестерни:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= (m'_{11} \cos \phi_2 - m'_{12} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{11} \sin \phi_2 + m'_{12} \cos \phi_2)y_2 + m'_{13}z_2 \pm \\ &\pm R_2 m'_{12} + m'_{14}; \\ y_1 &= (m'_{21} \cos \phi_2 - m'_{22} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{21} \sin \phi_2 + m'_{22} \cos \phi_2)y_2 + m'_{23}z_2 \pm \\ &\pm R_2 m'_{22} + m'_{24}; \\ z_1 &= (m'_{31} \cos \phi_2 - m'_{32} \sin \phi_2)x_2 + (m'_{31} \sin \phi_2 + m'_{32} \cos \phi_2)y_2 + m'_{33}z_2 \pm \\ &\pm R_2 m'_{32} + m'_{34}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

### 3. Заключение

Таким образом, получены обобщенные зависимости позволяющие определять геометрию боковой поверхности зубьев шестерни (зубчатой втулки) в зависимости от геометрии боковой поверхности зубьев колеса (зубчатой обоймы) для передач с внешним и внутренним зацеплением, в том числе и с внутренним зацеплением с передаточным числом равным 1, присущим зубчатым муфтам. Представленные зависимости по-

зволяют рассчитывать координаты точек, принадлежащих боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес с учетом наличия погрешностей изготовления и монтажа элементов зубчатых передач, а так же с учетом перемещений, вызванных деформациями элементов зубчатых передач, которые возникают в процессе эксплуатации изделий с зубчатыми колесами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бабичев, Д. Т. Основы концепции синтеза рабочих поверхностей зубьев цилиндрических передач, обладающих заданной контактной прочностью / Д. Т. Бабичев, М. Г. Сторчак, Д. А. Бабичев // Современное машиностроение. Наука и образование. – 2012. – № 2. – С. 150-160.
2. Litvin, F. L. Gear Geometry and Applied Theory, Prentice Hall, 1994, 832 p.
3. Ерихов, М. Л. Принципы статистики, методы анализа и вопросы синтеза зубчатых зацеплений: дис. . . . д-ра техн. наук. – Хабаровск, 1972. – 324с.
4. Шевелева, Г. И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. – М.: Изд-во "Станкин", 1999. – 494с.
5. Шишов, В. П. Теория, математическое обеспечение и реализация синтеза высоко нагруженных передач зацеплением для промышленного транспорта: дис. д-ра техн. наук. – Луганск, 1994. – 525с.
6. Павлов, А. И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100 с.
7. Вулгаков, Э. Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1995. – 264 с.
8. Кривошея, А. В. Совершенствование обобщённой унифицированной математической модели формообразования и обработки зубчатых колес / А. В. Кривошея, Ю. М. Данильченко, М. Г. Сторчак, В. Е. Мельник // Оборудование и инструмент для профессионалов. Серия Металлообработка. – 2010. – №4. – С. 46-51.
9. Данильченко, Ю. М. Проектирование формообразующего оборудования и инструментальных систем для обработки зубчатых колес / Ю. М. Данильченко, А. В. Кривошея, М. Г. Сторчак // Международный симпозиум "Теория и практика зубчатых передач-2014". – Ижевск, 20-21 января 2014. – С. 484-489.
10. Муховатый, А. А. Метод синтеза высоконагруженных зубчатых передач / А. А. Муховатый // Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Проблемы механического привода. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2011. – № 29. – С. 100-107.
11. Шишов, В. П. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. / В. П. Шишов, Носко П. Л., Филь П. В.– Луганськ: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2006. – 408 с.
12. Ленский, М. Ф. Синтез плоских зубчатых механизмов по некоторым качественным показателям / М. Ф. Ленский // Зубчатые и червячные передачи. – М.: Изд. Машиностроение. 1968. – С. 35-46.
13. Носко, П. Л. Основи синтезу вихідного контуру циліндричних зубчастих передач із зменшенням питомої роботи сил тертя в зачепленні / П. Л. Носко, В. П. Шишов, П. М. Ткач, О. А. Муховатий // Вісник національного технічного університету "ХПИ". – Харків: НТУ "ХПИ", 2010. – №27. – С.128-133.
14. Tokoly, P. The effect of gear geometry on the thickness of tooth face hardened eayer / P. Tokoly, M. Bosancky, A. Vanya // Вісник національного технічного університету "ХПИ". – Харків: НТУ "ХПИ", 2010. – №27. – С.10-19.

15. Бабичев, Д. А. Виброактивность цилиндрических передач, обусловленная трением зубьев // Современное машиностроение. Наука и образование: Материалы Международн. науч.-практ. конференции. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. – С. 143-152.

16. Babichev, D. A. Qualitative indexes of flat engagements operation / D. A. Babichev, A. A. Serebrennikov, D. T. Babichev // The 7th international Conference and Research and Development of mechanical Elements and Systems: IRMES 2011: 8.8. Zlatibor, Serbia. 2011. p. 623-630.

17. Шишов, В. П. Синтез цилиндрических полуобкатных передач по геометрико-кинематическим критериям / В. П. Шишов, П. Л. Носко, П. Н. Ткач, И. Г. Ткач // Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Проблемы механического привода. – Харьков : НТУ "ХПИ". – 2011. – № 29. – С. 179-188.

18. Щекин, Б. М. Моделирование и оптимизация зубчатых передач / Б. М. Щекин // Вестник машиностроения. – 1987. – №1. – С. 7-9.

19. Кривошея, А. В. К вопросу классификации кинематических схем и математических моделей формообразования зубчатых передач / А. В. Кривошея, Ю. М. Данильченко, М. Г. Сторчак, Д. Т. Бабичев, В. Е. Мельник, В. И. Французов, Ю. Г. Гуцаленко, Т. Е. Третьяк // Вісник НТУ "ХП", 2014. – № 31 (1074). – С. 75-84.

20. Кривошея, А. В. Обобщённая классификация кинематических схем формообразования зубчатых колес / А. В. Кривошея, М. Г. Сторчак, Ю. М. Данильченко, В. В. Кривошея // Високі технології в машинобудуванні: Зб. наук. праць НТУ "ХП". – Харків, 2006. – Вип.2(13). – С.48-69.

21. Кривошея, А. В. Разработка концепции, структуры и принципов создания и функционирования новой технической системы синтеза зубчатых передач / А. В. Кривошея, М. Г. Сторчак, Ю. М. Данильченко, Н. Э. Тернюк, Б. С. Воронцов, А. В. Устиненко // Вісник НТУ "ХП", 2015. – № 34 (1143). – С. 64 – 74.

22. Тернюк, Н. Э. Системно-процессное моделирование технических систем в CALS-технологиях / Н. Э. Тернюк, Ю. В. Дудукалов, В. В. Федченко, Н. Н. Гладка // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2011. – № 49. – С.124-133.

23. Артемов, И. И. Система комплексного обеспечения точности зубчатых колес в условиях автоматизированного производства / И. И. Артемов // СТИН. – 1998. – №6. – С. 8-13.

24. Марков, Н. Н. Проявление кинематической погрешности зубчатых колес под действием нагрузок и скоростей вращения / Н. Н. Марков, И. И. Артемов // Вестник машиностроения. – 1986. – №3. – С. 21-23.

25. Грубка, Р. М. Суммарные перемещения элементов цилиндрических передач внешнего зацепления, вызванные наличием погрешностей изготовления, монтажа и деформациями в процессе эксплуатации / Р. М. Грубка, И. А. Петряева, А. Н. Михайлов // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. науч. трудов. – Донецк: ДонНТУ, 2018. – Вып. 1 (60). – С. 19-24.

26. Грубка, Р. М. Определение суммарных погрешностей, возникающих в процессе эксплуатации зубчатых муфт / Р. М. Грубка, А. Н. Михайлов, И. А. Петряева // Комплексные проблемы технической безопасности: материалы Международн. науч.-практ. конф. – Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», г. Воронеж, 26-28 октября 2017 г. – Ч. V. – С. 181-185.

Поступила в редколлегию 15.05.2018 г.