

підвищення продуктивності обробки і якості поверхневого шару деталей машин для будь-яких умов механічної обробки.

Список літератури: 1. Качество машин: Справочник в 2-х т.Т.1/ А.Г.Суслов, Э.Д.Браун, Н.А.Виткевич и др. - М.: Машиностроение, 1995. - 256с. 2. Качество машин: Справочник в 2-х т.Т.2 / А.Г.Суслов, Ю.В.Гуляев, А.М.Дальский и др. - М.: Машиностроение, 1995. - 430с. 3. Суслов А. Г. Технологическое обеспечение параметров состояния поверхностного слоя деталей. - М.: Машиностроение, 1987. 208с. 4. Ивченко Т. Г., Дубоделова О. С. Оптимизация параметров процесса лезвийной и отделочно-упрочняющей обработки // Машиностроение и техносфера XXI века. Сб. трудов XII Междунар. науч.-техн. конф. в г. Севастополе. – Донецк, ДонНТУ, 2005, Т. 2. – С. 34-36. 5. Упрочнение поверхностей деталей комбинированными способами / А.Г.Бойцов и др. М.: Машиностроение, 1991. 144с.

Сдано в редакцию 16.01.08

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

Каиров А.С., Каиров В.А. (НУК, г. Николаев, Украина)

The non-stationary vibrations of three-layered composite cylindrical shells under axisymmetrical impulse loads have been examined. The mathematical model of the shells system is based on the theory of Timoshenko's type shells. The numerical results are presented.

Постановка проблемы. Интенсивное развитие машиностроения и других отраслей народного хозяйства обусловило необходимость глубокого изучения динамических процессов в оболочечных конструкциях. Особое место в расчетной практике тонкостенных конструкций занимают задачи о вынужденных колебаниях конструктивно неоднородных многослойных композитных цилиндрических оболочек при импульсном нагружении. Конструктивные особенности и различные физико-механические характеристики составляющих слоев приводят к неоднородности напряженно-деформированного состояния оболочки. В наибольшей степени актуальность данной проблемы сказывается при создании неоднородных композитных оболочечных конструкций, применяющихся в различных отраслях машиностроения.

Анализ последних исследований. Обзоры работ, отражающие состояние исследований динамического поведения таких оболочечных конструкций при действии нестационарных нагрузок приведены в [2, 3, 5]. Из данных работ видно, что методы расчета нестационарных колебаний многослойных композитных цилиндрических оболочек при импульсном нагружении с учетом различных физико-механических характеристик составляющих слоев и новых конструкционных материалов в настоящее время требуют дальнейшего развития и уточнения.

Целью данной работы является разработка уточненной математической модели и исследование динамического поведения трехслойных композитных цилиндрических оболочек при осесимметричном импульсном нагружении для повышения их несущей способности.

Изложение основного материала. Трехслойная оболочка рассматривается как структура, состоящая из гладких внешних ортотропных обшивок и внутреннего слоя –

кусочно-однородного заполнителя. Напряженно-деформированное состояние упругой оболочечной системы определяется в рамках теории оболочек типа С.П.Тимошенко в геометрически нелинейной постановке с учетом поперечных деформаций сдвига. В качестве критерия потери оболочкой несущей способности принято условие возникновения пластических деформаций (критерий текучести Мизеса).

Деформированное состояние оболочки определяется через компоненты обобщенного вектора перемещений $\bar{U} = (u_1(x), u_2(x), u_3(x), u_4(x), w_1(x), w_3(x))^T$ в сопрягаемых слоях.

Компоненты тензора деформаций для каждого слоя определяются согласно формул:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^{kz} &= \varepsilon_{11}^k + z\kappa_{11}^k, & \varepsilon_{22}^{kz} &= \varepsilon_{22}^k + z\kappa_{22}^k, & \varepsilon_{13}^{kz} &= \varphi_1^k + \theta_1^k, & \varepsilon_{33}^{kz} &= \varphi_3^2, \\ \varepsilon_{11}^k &= \frac{\partial u_1^k}{\partial x} + \frac{1}{2}(\theta_1^k)^2 + \frac{u_3^k}{R}, & \varepsilon_{22}^k &= \frac{u_3^k}{R}, & \kappa_{11}^k &= \frac{\partial \varphi_1^k}{\partial x}, & & \\ \kappa_{22}^1 &= \kappa_{22}^3 = 0, & \kappa_{22}^2 &= \frac{\varphi_1^2}{R}, & \theta_1^k &= \frac{\partial u_3^k}{\partial x} - \frac{u_1^k}{R}, & k &= \overline{1,3}. \end{aligned} \quad (1)$$

Тензор деформаций оболочечной системы дополняется соотношениями между усилиями-моментами и соответствующими деформациями.

Для вывода уравнений колебаний и соотношений между силовыми и деформационными факторами оболочки используется вариационный принцип Рейсснера, согласно которого

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(F - T) - \delta A] dt = 0, \quad (2)$$

где F – функционал Рейсснера; T – кинетическая энергия оболочечной системы; A – работа внешних сил.

После стандартных преобразований в (2) получим уравнения колебаний трехслойной композитной оболочки [4] относительно независимых функций перемещений на поверхностях слоев $u_1, u_2, u_3, u_4, w_1, w_3$

$$\begin{aligned} L_{3m+1}(\bar{U}) &= \frac{\rho_{2m+1} h_{2m+1}}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_{2m+1} + u_{2m+2}}{2} \right) + \\ &+ (-1)^{m+1} \frac{\rho_{2m+1} h_{2m+1}^2}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_{2m+2} - u_{2m+1}}{h_{2m+1}} \right), \quad (m = 0; 1), \\ L_3(\bar{U}) &= \frac{\rho_2 h_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_1 + u_2}{2} \right) - \frac{\rho_1 h_1^2}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_2 - u_1}{h_1} \right) + \\ &+ \frac{\rho_2 h_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_3 + u_2}{2} \right) + \frac{\rho_2 h_2^2}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_3 - u_2}{h_2} \right), \\ L_4(\bar{U}) &= \frac{\rho_3 h_3}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_2 + u_3}{2} \right) + \frac{\rho_2 h_2^2}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_3 - u_2}{h_2} \right) - \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\rho_3 h_3}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_4 + u_3}{2} \right) + \frac{\rho_3 h_3^2}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_4 - u_3}{h_3} \right), \\
L_{m+5}(\bar{U}) = & \rho_{2m+1} h_{2m+1} \frac{\partial^2 w_{2m+1}}{\partial t^2} + \frac{\rho_2 h_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{w_1 + w_3}{2} \right) + \\
& + (-1)^{m+1} \frac{\rho_2 h_2^2}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{w_3 - w_1}{h_2} \right), \quad (m = 0; 1);
\end{aligned}$$

где операторы $L_m(\bar{U})$, $m = \bar{1}, \bar{6}$ имеют следующий вид

$$\begin{aligned}
L_{3m+1}(\bar{U}) = & \frac{1}{2} \frac{\partial T_{11}^{2m+1}}{\partial x} - (-1)^m \frac{1}{h_{2m+1}} \frac{\partial M_{11}^{2m+1}}{\partial x} + \\
& + (-1)^m \frac{1}{h_{2m+1}} T_{13}^{2m+1} + \frac{1}{2R} \bar{T}_{13}^{2m+1}, \quad (m = 0; 1), \\
L_{m+1}(\bar{U}) = & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (T_{11}^m + T_{11}^{m+1}) + \frac{1}{h_m} \frac{\partial M_{11}^m}{\partial x} - \\
& - \frac{1}{h_{m+1}} \frac{\partial M_{11}^{m+1}}{\partial x} - \frac{1}{h_m} T_{13}^m + \frac{1}{h_{m+1}} T_{13}^{m+1}, \quad (m = 1; 2), \\
L_{m+5}(\bar{U}) = & \frac{\partial}{\partial x} (\bar{T}_{13}^{2m+1}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{T}_{13}^2) - T_{22}^{2m+1} k_2 - \\
& - \frac{1}{2} T_{22}^2 k_2 + (-1)^m \frac{1}{h_2} T_{33}^2 - (-1)^m \frac{1}{h_2} M_{22}^2 k_2, \quad (m = 0; 1), \\
& \bar{T}_{13}^i = T_{13}^i + T_{11}^i \theta_1^i, \quad (i = \bar{1}, \bar{3}).
\end{aligned}$$

Интегральные характеристики напряжений для каждого слоя задаются согласно формул:

$$\begin{aligned}
(T_{11}^k, T_{22}^k, T_{13}^k, T_{33}^2) = & \int_z (\sigma_{11}^{kz}, \sigma_{22}^{kz}, \sigma_{13}^{kz}, \sigma_{33}^2) dz, \\
(M_{11}^k, M_{22}^k) = & \int_z (z^k \sigma_{11}^{kz}, z^k \sigma_{22}^{kz}) dz, \quad k = \bar{1}, \bar{3}; \quad z \in [-h/2, h/2].
\end{aligned}$$

Здесь: T_{ij}^k , M_{ij}^k – усилия и моменты сил, действующие в оболочке; $k_2 = 1/R$ – главная поперечная кривизна; h, R – толщина и радиус оболочки; x, z – продольная и нормальная координата; φ^k – углы поворота нормали к срединной поверхности оболочки относительно координатных осей в составляющих слоях; σ_{ij}^{kz} – напряжения в составляющих слоях.

Таким образом, приведенная математическая модель процесса колебаний рассматриваемой конструкции представляет собой гиперболическую систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Уравнения колебаний (3) дополняются соответствующими граничными и начальными условиями. Будем считать, что начальные прогибы оболочки не вызывают напряжений. Поэтому в момент времени $t=0$ при начальных условиях на перемещения при отсутствии

внешних воздействий на оболочку все напряжения должны быть равны нулю. Уравнения равновесия при этом удовлетворяются тождественно.

Для решения рассматриваемой нестационарной задачи применяется интегро-интерполяционный метод построения конечно-разностных схем. Численный метод решения основывается на конечно-разностной аппроксимации исходного вариационного функционала (2) с применением явной конечно-разностной схемы интегрирования типа “крест” по временной координате [7]. Такой подход позволяет сохранить дивергентную форму разностного представления разрешающих уравнений, а следовательно, и обеспечить выполнение закона сохранения полной механической энергии на разностном уровне.

Переход от исходной системы дифференциальных уравнений к дискретной выполняется в два этапа. Первый состоит в конечно-разностной аппроксимации дифференциальных уравнений колебаний в усилиях-моментах, а второй – в выборе дискретно согласованных конечно-разностных аппроксимаций величин усилий-моментов и соответствующих деформаций. В матрично-векторном виде разностные уравнения (3) представляются зависимостью

$$[C]\bar{U} - [M]\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial t^2} = \bar{P}(t), \quad (4)$$

где $[M]$ и $[C]$ – матрицы масс и жесткости дискретной разностной системы; \bar{U} и $\bar{P}(t)$ – векторы дискретных перемещений и внешней нагрузки. Применяемая явная конечно-разностная схема приводит к ограничению дискретного временного шага разностной сетки.

На основе разработанного алгоритма выполнено численное исследование жестко защемленной по краям трехслойной композитной цилиндрической оболочки с кусочно-однородным наполнителем при распределенном нормальном внутреннем нагружении. При решении данной краевой задачи геометрические и физико-механические параметры обшивок и дискретного связующего полагались следующими: $h_1 = h_3 = 10^{-3}$ м; $h_2 = 8 \cdot 10^{-3}$ м; $h = h_1 + h_2 + h_3$; $R/h = 10$; $L/R = 4$; $E_1^1 = E_2^1 = 70$ ГПа; $E_1^3 = E_2^3 = E_1^1$; $\nu_1^1 = \nu_2^1 = 0,33$; $\nu_1^3 = \nu_2^3 = \nu_1^1$; $\rho_1 = \rho_3 = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³. Физико-механические параметры дискретного наполнителя $E_1^2 = E_2^2 = E_1^1/100$, $\rho_2 = 3 \cdot 10^2$ кг/м³ характерны для интегральных физико-механических характеристик материала типа пенопластов [6]. Обозначения E_1^1 , E_1^3 , ν_1^1 , ν_1^3 , ρ_1 , ρ_3 отвечают физико-механическим параметрам обшивок, h_1 и h_3 – толщинам наружных слоев, h_2 – толщине наполнителя, а E_1^2 , ν_1^2 , ρ_2 – параметрам наполнителя.

Внутреннее нормально распределенное нагружение задано в виде

$$P_3(t) = A_3 \sin(\pi t/T) [\eta(t) - \eta(t-T)],$$

где A_3 – амплитуда нагружения; T – продолжительность действия нагрузки; $\eta(t)$ – функция Хевисайда; t – текущее время. Параметры нагрузки составляют: $A_3 = 1$ МПа; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с.

Расчеты выполнялись для трех моделей оболочек, построенных на основе: теории многослойных оболочек типа Тимошенко с использованием независимых

гипотез к каждому слою, теории неоднородных по толщине оболочек типа Тимошенко с использованием единых гипотез по толщине для всего пакета слоев и теории неоднородных по толщине оболочек Кирхгофа-Лява с использованием единых гипотез для всего пакета.

На рис. 1 для момента времени $t = 8T$ (время достижения максимальной величины прогибов) приведена зависимость распределения величины прогиба u_3 по длине конструкции согласно теории оболочек с использованием независимых гипотез к каждому слою соответственно для внутренней обшивки – кривая 1, внешней обшивки – кривая 2 и теории единых гипотез по толщине для всего пакета слоев – крива 3.

Прогибам u_3 , полученным на основе теории с использованием независимых гипотез к каждому слою свойственно более густое волнообразование по сравнению с теорией пакета. Как видим, разница по максимальным величинам достигает порядка 25%. (процесс волнообразования).

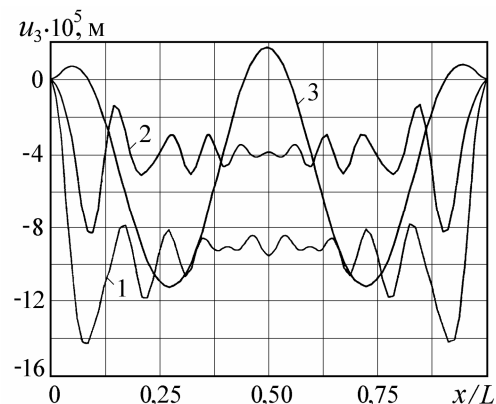


Рис.1. Распределение величины прогиба u_3 в слоях вдоль длины оболочки

Анализируя распределение прогиба по длине конструкции, видим, что наибольшее значение величина u_3 достигает в сечении $x = L/8$. Исходя из этого, рассмотрим зависимость величины прогиба от времени в данном сечении.

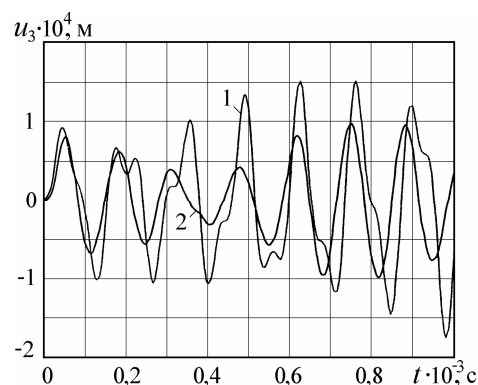


Рис.2. Зависимость величины прогиба u_3 внутренней обшивки от времени t

На рис.2 для внутренней обшивки приведена зависимость u_3 от t на интервале $0 \leq t \leq 20T$ в сечении $x = L/8$ соответственно согласно теории независимых гипотез для каждого слоя – кривая 1 и единых гипотез для всего пакета слоев – кривая 2. Как видим, максимальная разница амплитуд по величинам u_3 достигает более 40%, начиная с момента времени $t \geq 10T$. Аналогичные зависимости получены и для внешней обшивки.

Перейдем к анализу напряжений, включая величину σ_{22} (величины σ_{22} преобладают над другими составляющими тензора напряжений при решении данной задачи). Рассмотрим распределение величины σ_{22} для обшивок по длине оболочки.

Анализ напряжений σ_{22} в характерных сечениях $x = L/8$ в зависимости от времени t подтверждает качественное и количественное расхождение их значений, полученных согласно применяемых теорий. На рис.3,*а* приведена зависимость σ_{22} от t в срединной поверхности внешней обшивки в сечении $x = L/8$ на интервале $0 \leq t \leq 20T$. Обозначение кривых принято согласно выше приведенных рисунков. Как видим, расхождение по максимальным величинам напряжений достигает порядка 25-30%. В этом случае также сохраняется качественное отличие в поведении напряжений σ_{22} , то есть наблюдается более частое волнообразование для значений величин, полученных согласно теории с использованием независимых гипотез для каждого слоя по сравнению с теорией единых гипотез по толщине для всего пакета слоев. Аналогично величинам u_3 , согласно теории с использованием независимых гипотез к каждому слою, напряжениям σ_{22} свойственно более густое волнообразование по сравнению с теорией единых гипотез по толщине для всего пакета слоев.

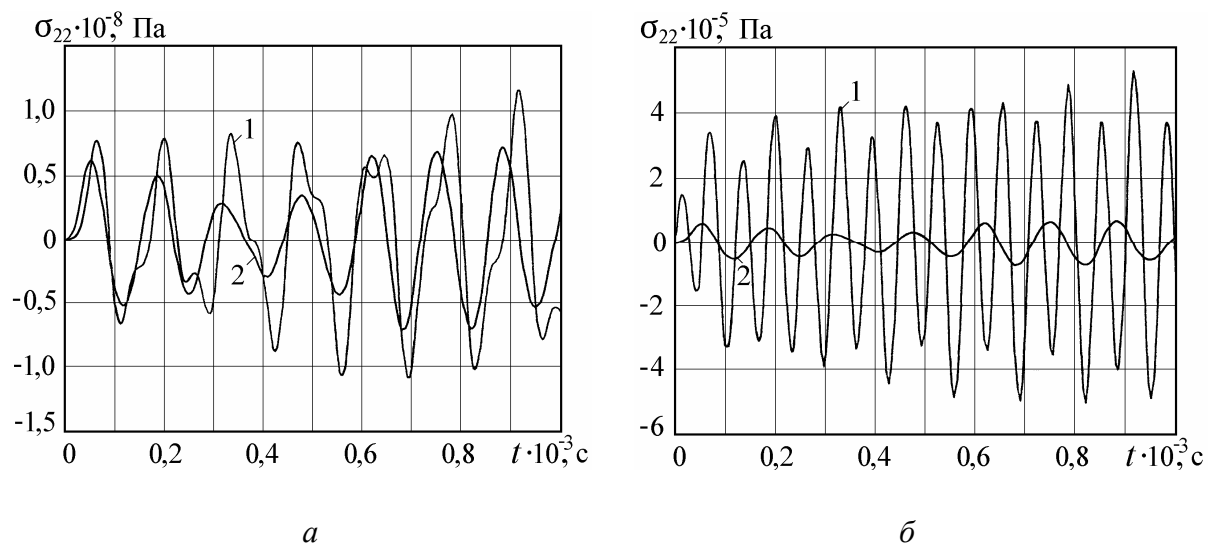


Рис.3. Зависимость напряжений σ_{22} от времени t в срединных поверхностях внешней обшивки и заполнителя

Рассмотрим зависимости напряжений σ_{22} от времени t в срединной поверхности заполнителя в сечении $x = L/8$ (рис. 3,*б*). Анализируя приведенные зависимости σ_{22} можно сделать вывод, что максимальные величины напряжений в

заполнителя, вычисленные согласно теории с использованием независимых гипотез к каждому слою, отличаются в 4,5-6 раз от соответствующих величин, полученных на основе теории единых гипотез по толщине для всего пакета слоев. В рассмотренных случаях сохраняется качественное расхождение процесса волнообразования для величин напряжений в срединной поверхности заполнителя.

Необходимо отметить, что на исследуемом интервале времени результаты расчетов напряженно-деформированного состояния, согласно теории Кирхгофа-Лява, неоднородных по толщине оболочек [1] при заданном нагружении, граничных условиях и геометрических характеристиках совпадают по максимальным величинам и характеру волнообразования с расчетами согласно теории неоднородных многослойных оболочек типа Тимошенко с использованием единых гипотез по толщине для всего пакета слоев. Для некоторых моментов времени наблюдается расхождение исследуемых параметров на 7-21%, вычисленных на основе этих теорий, однако максимальные значения величин прогибов u_3 и напряжений σ_{22} в обшивках и заполнителе отличаются в меньшей степени.

Выводы. Предложенная уточненная математическая модель динамического поведения упругих многослойных цилиндрических оболочек при осесимметричном импульсном нагружении позволяет повысить точность проектных решений при исследовании несущей способности конструктивно неоднородных оболочечных систем.

Выполнен сравнительный анализ нестационарных колебаний неоднородных по толщине оболочек вращения согласно основных прикладных теорий типа Тимошенко в геометрически нелинейной постановке. Результаты анализа напряженно-деформированного состояния трехслойной оболочки, выполненного на основе уточненной математической модели с учетом сдвиговых и нормальных деформаций, показали высокую эффективность разработанной методики расчета в широком волновом диапазоне.

Список литературы. 1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек.– М.: Наука, 1974. – 446 с. 2. Богданович А.Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. – Рига: Зинатне, 1987. – 295 с. 3. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с. 4. Григолюк Э.И., Куликов Г.М. Многослойные армированные оболочки. – М.: Машиностроение, 1988. – 288 с. 5. Луговой П.З. Динамика тонкостенных конструкций при нестационарных нагрузках // Прикл. механика. – 2001. – Т.37, № 5. – С.44–73. 6. Пискунов В.Г., Вериженко В.Е. Линейные и нелинейные задачи расчета слоистых конструкций. – К.: Будівельник, 1986. – 176 с. 7. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач.– М.: Мир, 1972. – 420 с.

Сдано в редакцию 12.12.07

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ УСИЛЕННОГО СЕЧЕНИЯ СВЕРЛА

Коваленко В.И., Федосов Н.Н., Свистун Т.В. (ДонНТУ, г. Донецк, Украина)

The paper describes the method of calculation the area of the strengthened cross-section of a drill which can be used at the determination of stability and strength of drill. The calculation method of a correction coefficient for determination of cross-section area of usual and strengthened drills are presented in the paper.