

в связи с чем $b_k / b_w < 1$.

Таким образом, как следует из приведенных расчетов, нагрузочная способность зацепления при перекосе зубьев существенно снижается, что недопустимо, так как она не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к зубчатым передачам.

Выводы. 1. Получено новое решение пространственной контактной задачи применительно к передачам редукторов для случая перекоса зубчатых колес. Приведены выражения параметров, определяющих размеры полуэллиптической площадки контакта, и максимальных контактных напряжений.

2. Установлено, что нагрузочная способность зацепления при перекосе зубчатых колес существенно снижается, в связи с чем работоспособность передач редукторов становится неприемлемой.

3. Для повышения нагрузочной способности передач редукторов, обусловленной нейтрализацией вредного влияния перекоса зубчатых колес, необходимо предусмотреть продольную модификацию зубьев. В дальнейшем необходимо продолжить исследования по данной проблеме для случая малых углов ψ и коротких зубьев, при которых характерно $b_k / b_w > 1$.

Список литературы. 1. Д. п. № 77304 на винахід. Україна. Зубчаста передача з криволінійними твірними зубів / Попов О.П. – 2004121281; Заявл. 14.12.04; Опубл. 15.12.06. Бюл. № 12. 2. Попов А.П. Влияние перекоса зубьев на контактную прочность эвольвентного зацепления // Тез. докл. Междунар. науч.-техн. конф. “Современные проблемы триботехники”. – Николаев: НУК. – 2005. – С.23-25. 3. Попов А.П. Контактная прочность эвольвентного зацепления при относительно малых углах перекоса зубьев // Тез. докл. Междунар. науч.-техн. конф. “Современные проблемы триботехники”. – Николаев: НУК. – 2005. – С.25-26. 4. Попов А.П., Каиров А.С., Медведовский А.М. Контактная прочность зацепления Новикова с эллиптическими зубьями // Збірник наук. праць НУК. – Миколаїв: НУК. – 2006. – № 4 (409). – С.162-171. 5. Попов А.П., Каиров А.С. Зубчатая передача с эллиптическими образующими боковых поверхностей эвольвентных зубьев // Материалы Междунар. науч.-техн. конф. “Надежность и долговечность механизмов, элементов конструкций и биомеханических систем”. Севастополь: СНТУ. – 2006. – С.145-151.

Сдано в редакцию 17.05.07

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ПРЯМОЗУБОЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧИ С МНОГОПАРНЫМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Руденко С.П., Марчук А.С.

(ОИМ НАН Беларуси, СЗАО «ФИДМАШ», г. Минск, Беларусь)

Model of static loading of involute gearing with increased engagement factor allowing for error of making. Method of testing and analysis of gearing static loading is suggested. It is recommended to design gearing with increased engagement factor.

Эвольвентные зубчатые передачи с увеличенным коэффициентом перекрытия ($\varepsilon > 2$) имеют пониженную виброактивность и увеличенную несущую способность [1-5]. По данным экспериментальных исследований зубчатые передачи с коэффициентом перекрытия $\varepsilon > 2$ выдерживают нагрузку по контактной прочности рабочих поверхностей зубьев в 1,5-1,8 раза большую, чем передачи со стандартным профилем зубчатых колес. Общая динамическая нагруженность таких зубчатых передач

значительно снижается. Вместе с тем, зубчатые передачи с коэффициентом перекрытия $\varepsilon > 2$ не получают широкого применения в отечественном машиностроении, что связано с трудностями проектирования и изготовления таких передач. Достигнуть вышеуказанные преимущества возможно только с применением нестандартного исходного контура при достаточно высокой точности изготовления этих передач.

Теоретически, в передаче с $\varepsilon > 2$, на всей рабочей длине линии зацепления контактируют несколько пар зубьев. В связи с этим, при прочностном расчете возникают сложности при определении расчетной нагрузки на зуб, которая существенно зависит от переменных значений жесткостей зубьев и зазоров в зацеплении. Применение к передачам с $\varepsilon > 2$ методики прочностного расчета по существующему ГОСТу приводит к заниженному значению их расчетной прочности. Определить точку приложения и величину критической силы, приводящей к выходу передачи из строя, возможно более точно при расчете по всей линии зацепления.

Предлагаемая работа посвящена изучению и сравнительному анализу процесса стационарного нагружения зубьев в передаче с $\varepsilon > 2$, в зависимости от геометрических параметров и точности изготовления.

Анализ передачи проводили с использованием так называемых обобщающих параметров [6], являющихся наиболее общими характеристиками эвольвентных передач.

Из схемы зацепления зубчатой передачи с $2 < \varepsilon < 3$ (рис.1) видно, что одновременно в зацеплении могут находиться (теоретически) две или три пары зубьев. Практически, в зависимости от приложенной нагрузки, величины зазоров между зубьями и их жесткости, некоторые из пар зубьев в контакт не вступают.

Выведем общее (для любых ε) уравнение для определения силы на зубе в любой точке линии зацепления. Приложим момент M_1 к шестерне z_1 , и уравновешивающий его момент $M_2 = M_1 \cdot z_2 / z_1$, к колесу z_2 . Принимаем, что, зафиксировав колесо z_2 , под действием нагрузки шестерня z_1 повернется на некоторый угол $\Delta\varphi$. Тогда точки пересечения эвольвент зубьев шестерни с линией зацепления переместятся вдоль нее на величину $\Delta l = r_{b1} \cdot \Delta\varphi$, где r_{b1} -радиус основной окружности шестерни.

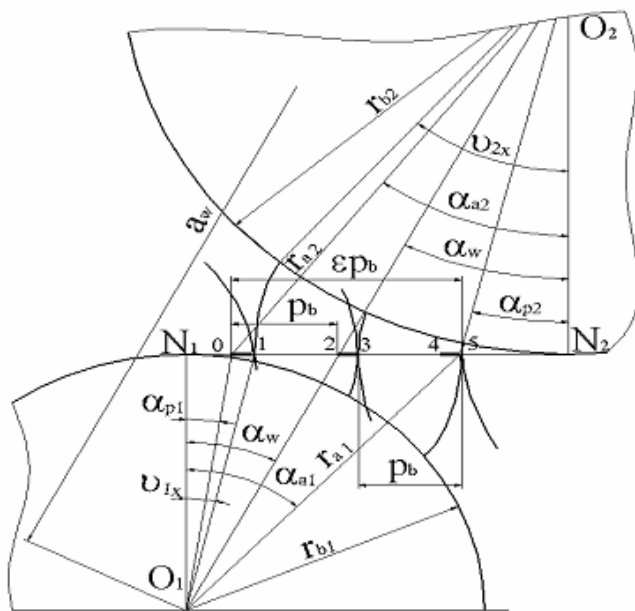


Рис. 1. Схема зацепления при $2 < \varepsilon < 3$

Расчет передачи можно свести, таким образом, к упрощенной схеме линейных перемещений (рис.2,а), где $C_{ш,i}$ и $C_{к,i}$ -соответственно удельная жесткость шестерни и колеса по направлению действия силы в i -ой паре для текущей фазы зацепления; F_b -удельная сила, уравновешивающая моменты M_1 и M_2 :

$$F_b = \frac{M_1}{r_{b1} \cdot b_1}, \quad (1)$$

где $b_1 = b_2$ -ширина зубчатого венца.

Передача находится в равновесии, если выполняются условия

$$\left. \begin{aligned} F_b &= \sum_{i=1}^n F_i; \\ F_i &= (\Delta l - \Delta_i - \Delta l_{\kappa.i}) \cdot C_{\Sigma i}; \\ \Delta l_{\kappa.i} &= \frac{F_i}{C_{\kappa.i}}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где n -количество теоретически контактирующих пар зубьев в текущей фазе зацепления; Δ_i -зазор в i -ой паре зубьев вдоль линии зацепления; $\Delta l_{\kappa.i}$ -деформация i -го зуба колеса по нормали к эвольвенте.

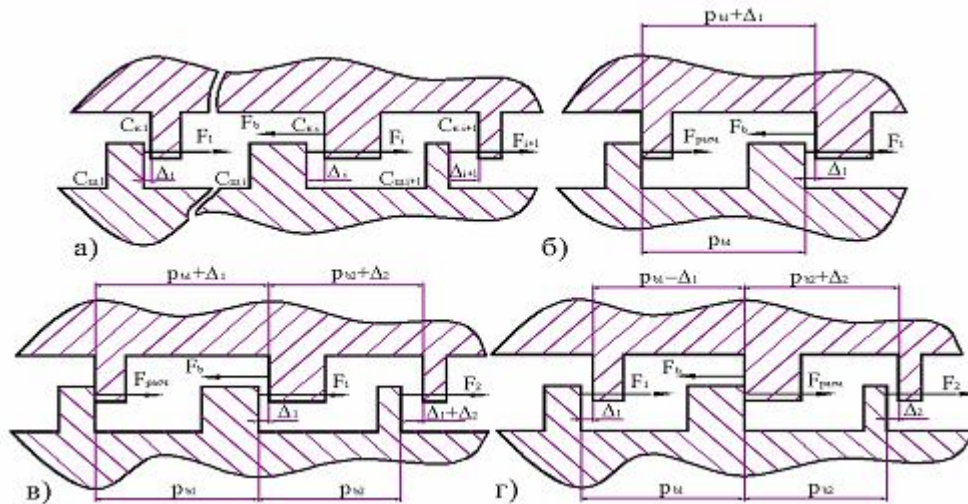


Рис. 2. Расчетные схемы сил и распределения зазоров в передаче

Система (2) после преобразования примет вид

$$\left. \begin{aligned} C_{\Sigma i} &= \frac{C_{\kappa.i} \cdot C_{\Sigma i}}{C_{\kappa.i} + C_{\Sigma i}} \times \Phi_i; \\ \Delta l &= \frac{F_b + \sum_{i=1}^n \Delta_i \cdot C_{\Sigma i}}{\sum_{i=1}^n C_{\Sigma i}}; \\ F_i &= (\Delta l - \Delta_i) \cdot C_{\Sigma i}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где Φ_i -дополнительный параметр, принимающий в ходе расчетов значение 1 или 0, в зависимости от того, находится i -ая пара зубьев в зацеплении или нет.

Решением уравнений (3) являются значения сил в любой паре зубьев при произвольном распределении зазоров Δ_i . Значения Φ_i определяются методом итераций (изначально все $\Phi_i=1$), решая систему (3) и заменяя в случае, если какой-либо из Δ_i более чем расчетное Δl величину Φ с 1 на 0 для той пары зубьев, у которой произведение $\Delta \cdot \Phi$ является наибольшим из всех $\Delta_i \cdot \Phi_i$. Расчет ведется до тех пор, пока все $\Delta_i \cdot \Phi_i$ не станут меньше расчетного Δl .

Величину разности шагов зубьев принимаем постоянной, равной наибольшей вероятной:

$$\Delta_0 = \sqrt{f_{pb1}^2 + f_{pb2}^2}, \quad (4)$$

где $f_{pb1,2}$ - абсолютное значение предельного отклонения основного шага у шестерни и колеса.

Наихудшие возможные с точки зрения нагружения зуба варианты распределения зазоров в зацеплении показаны на рис.2 б,в,г. При этом схема б) используется для участков линии зацепления 0-1 и 4-5 (см. рис.1), схема в)-для участков 1-2 и 3-4, схема г)-для участка 2-3.

Текущую точку контакта (точку приложения рассчитываемой силы) удобно задавать в координатах угла развернутости эвольвенты зуба шестерни ν_{x1}

$$\nu_{x1} = tg\alpha_{x1} = (1+u) \cdot tg\alpha_w - u \cdot tg\alpha_{x2} = (1+u) \cdot tg\alpha_w - u \cdot \nu_{x2}, \quad (5)$$

где $\alpha_{x1,2}$ -углы профиля в точке контакта пары зубьев соответственно для шестерни и колеса; α_w -угол зацепления передачи; u -передаточное отношение $u=z_2/z_1$. Угол ν_{x1} , таким образом, изменяется в пределах

$$tg\alpha_{p1} < \nu_{x1} < tg\alpha_{a1}, \quad (6)$$

где α_{p1} и α_{a1} -углы профиля эвольвенты зуба шестерни для точек входа и выхода на рабочей зоне.

Принимаем, что удельная жесткость зуба есть некоторая известная функция от угла развернутости эвольвенты

$$C_x = f(r_b; \vartheta; \nu_x), \quad (7)$$

где ϑ -угол профиля на окружности заострения.

Удельная жесткость пары зубьев по линии зацепления определится как:

$$C_{\Sigma x} = \frac{f(r_{b1}; \vartheta_1; \nu_{x1}) \cdot f(r_{b2}; \vartheta_2; \nu_{x2})}{f(r_{b1}; \vartheta_1; \nu_{x1}) + f(r_{b2}; \vartheta_2; \nu_{x2})} = f_1(\nu_{x1}). \quad (8)$$

Используя формулы (3, 8), и на основании рис.1 и 2, определим расчетные выражения для удельных сил, а также диапазон изменения угла ν_{x1} для соответствующего участка на линии зацепления:

- 1) для участка 0-1 - $tg\alpha_{p1} < \nu_{x1} < (tg\alpha_{a1} - 4 \cdot \pi / z_1)$,

$$F_{расч.} = \frac{F_b + \Delta_0 \cdot (C_{\Sigma 1} + 2 \cdot C_{\Sigma 2})}{C_{\Sigma расч.} + C_{\Sigma 1} + C_{\Sigma 2}} \times C_{\Sigma расч.}, \quad (9)$$

где $C_{\Sigma расч.} = f_1(\nu_{x1})$; $C_{\Sigma 1} = f_1(\nu_{x1} + 2 \cdot \pi / z_1)$; $C_{\Sigma 2} = f_1(\nu_{x1} + 2 \cdot 2 \cdot \pi / z_1)$;

- 2) для участка 1-2 - $(tg\alpha_{a1} - 4 \cdot \pi / z_1) < \nu_{x1} < (tg\alpha_{p1} + 2 \cdot \pi / z_1)$,

$$F_{расч.} = \frac{F_b + \Delta_0 \cdot C_{\Sigma 1}}{C_{\Sigma расч.} + C_{\Sigma 1}} \times C_{\Sigma расч.}, \quad (10)$$

где $C_{\Sigma_{расч.}} = f_1(v_{x1}); C_{\Sigma1} = f_1(v_{x1} + 2 \cdot \pi / z_1);$

3) для участка 2-3 - $(tg\alpha_{p1} + 2 \cdot \pi / z_1) < v_{x1} < (tg\alpha_{a1} - 2 \cdot \pi / z_1),$

$$F_{расч.} = \frac{F_b + \Delta_0 \cdot (C_{\Sigma1} + C_{\Sigma2})}{C_{\Sigma_{расч.}} + C_{\Sigma1} + C_{\Sigma2}} \times C_{\Sigma_{расч.}}, \quad (11)$$

где $C_{\Sigma_{расч.}} = f_1(v_{x1}); C_{\Sigma1} = f_1(v_{x1} - 2 \cdot \pi / z_1); C_{\Sigma2} = f_1(v_{x1} + 2 \cdot \pi / z_1);$

4) для участка 3-4 - $(tg\alpha_{a1} - 2 \cdot \pi / z_1) < v_{x1} < (tg\alpha_{p1} + 4 \cdot \pi / z_1),$

$$F_{расч.} = \frac{F_b + \Delta_0 \cdot C_{\Sigma1}}{C_{\Sigma_{расч.}} + C_{\Sigma1}} \times C_{\Sigma_{расч.}}, \quad (12)$$

где $C_{\Sigma_{расч.}} = f_1(v_{x1}); C_{\Sigma1} = f_1(v_{x1} - 2 \cdot \pi / z_1);$

5) для участка 4-5 - $(tg\alpha_{p1} + 4 \cdot \pi / z_1) < v_{x1} < tg\alpha_{a1},$

$$F_{расч.} = \frac{F_b + \Delta_0 \cdot (C_{\Sigma1} + 2 \cdot C_{\Sigma2})}{C_{\Sigma_{расч.}} + C_{\Sigma1} + C_{\Sigma2}} \times C_{\Sigma_{расч.}}, \quad (13)$$

где $C_{\Sigma_{расч.}} = f_1(v_{x1}); C_{\Sigma1} = f_1(v_{x1} - 2 \cdot \pi / z_1); C_{\Sigma2} = f_1(v_{x1} - 2 \cdot 2 \cdot \pi / z_1).$

На рис. 3 - 5 приведены результаты расчета передачи с $\varepsilon=2.05; z_1=47; z_2=50; \alpha_w=21.5^\circ; \vartheta_1=29.80^\circ; \vartheta_2=29.27^\circ;$ коэффициентами толщины при вершине зуба $m_{a1}=0.011; m_{a2}=0.010;$ межосевым расстоянием $a_w=146.25\text{мм}; b_1=b_2=26\text{мм},$ угол профиля исходного контура $\alpha=20^\circ,$ модуль $m=2.99\text{мм}.$ Назначение зазоров проводили по трем вариантам:

а) беззазорное зацепление: $\Delta_0 = 0;$

б) зазор по 7 степени точности (ГОСТ1643-81): $\Delta_0 \approx 0.019\text{мм};$

в) по 8 степени точности $\Delta_0 \approx 0.026\text{мм}$

Расчетный нагружающий момент принимали $M_1=540 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{мм}.$ Жесткость зуба определялась путем решения задачи теории упругости об усеченном клине, через функцию напряжения [1]. Для варианта б) был произведен расчет фактических изгибных напряжений с применением метода неплоских сечений (рис. 5). При этом принимался полностью скругленный зуб инструмента, что соответствует коэффициенту радиального зазора, выраженному в долях модуля, равному $C^*=0.277.$

Для сравнительной оценки был произведен расчет зубчатой передачи со стандартными параметрами исходного контура: $z_1=31; z_2=33; \alpha=20^\circ; m=4.5\text{мм}; h_a^*=1; x_1=0.273; x_2=0.255; \alpha_w=22.3^\circ; \varepsilon=1.53; a_w=146.25\text{мм}; b_1=b_2=26\text{мм}.$ Соответствующие обобщающие параметры для этих колес: $\vartheta_1=32.86^\circ; \vartheta_2=32.18^\circ; m_{a1}=0.024; m_{a2}=0.022.$ Расчетный зазор, соответствующий 7 степени точности: $\Delta_0 \approx 0.024\text{мм}.$ Расчетный нагружающий момент $M_1=540 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{мм}.$

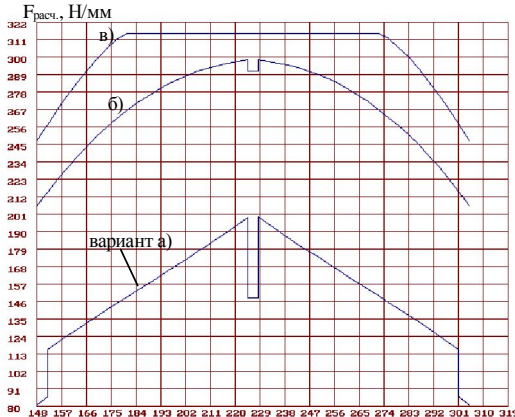


Рис. 3 Удельная сила на зубе.

$v_{x1} \times 10, ^\circ$

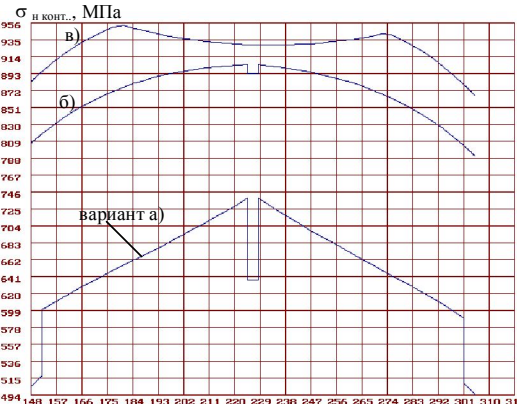


Рис. 4 Контактное напряжение.

$v_{x1} \times 10, ^\circ$

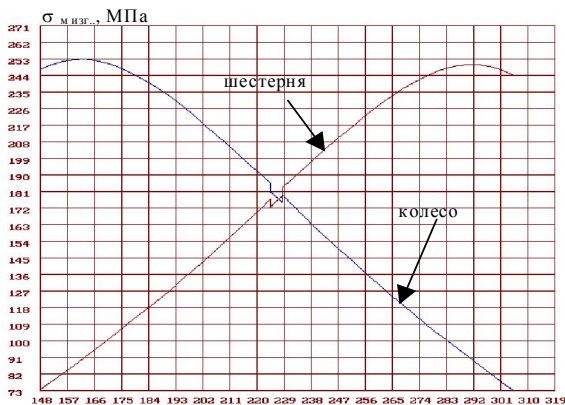


Рис. 5 Фактическое изгибное напряжение.

$v_{x1} \times 10, ^\circ$

На рис. 6 показана схема зацепления такой передачи. По аналогии с предыдущим, расчетная сила и диапазон изменения угла v_{x1} для рабочих участков линии зацепления: для участка 0-1 $tg\alpha_{p1} < v_{x1} < (tg\alpha_{a1} - 2 \cdot \pi / z_1)$,

$$F_{расч.} = \frac{F_b + \Delta_0 \cdot C_{\Sigma 1}}{C_{\Sigma расч.} + C_{\Sigma 1}} \times C_{\Sigma расч.}, \quad (14)$$

где

$$C_{\Sigma расч.} = f_1(v_{x1}); C_{\Sigma 1} = f_1(v_{x1} + 2 \cdot \pi / z_1);$$

- 1) для участка 1-2 - $(tg\alpha_{a1} - 2 \cdot \pi / z_1) < v_{x1} < (tg\alpha_{p1} + 2 \cdot \pi / z_1)$,

$$F_{расч.} = F_b; \quad (15)$$

- 2) для участка 2-3 - $(tg\alpha_{p1} + 2 \cdot \pi / z_1) < v_{x1} < tg\alpha_{a1}$,

$$F_{расч.} = \frac{F_b + \Delta_0 \cdot C_{\Sigma 1}}{C_{\Sigma расч.} + C_{\Sigma 1}} \times C_{\Sigma расч.}, \quad (16)$$

где $C_{\Sigma расч.} = f_1(v_{x1}); C_{\Sigma 1} = f_1(v_{x1} - 2 \cdot \pi / z_1)$.

Результаты расчета показаны на рис. 7-9. Номинальные напряжения изгиба (рис. 8) были уточнены расчетом с применением метода неплоских сечений. При этом, для большей объективности сравнения вариантов, было принято, что стандартный исходный контур скруглен полностью одним радиусом (по аналогии с вариантом б) при $\epsilon > 2$). Это соответствует коэффициенту радиального зазора $C^* = 0.295$.

Проанализируем результаты. Сравним сначала данные, полученные для передачи с $\epsilon > 2$, изготовленной при различных степенях точности. По графику сил (рис.4) для беззазорного зацепления (вариант а) легко видеть теоретические граничные точки рабочих участков по линии зацепления (точки скачкообразного изменения силы). Сравнение варианта а) с вариантами б) и в) показывает значительное несоответствие теоретического положения рабочих участков от реального. По графикам также можно

установить, что передача, изготовленная по 8-ой степени точности, на большей части линии зацепления работает в режиме нагружения одной пары зубьев (прямолинейный горизонтальный участок на графике в), при этом реальный $\varepsilon < 2$.

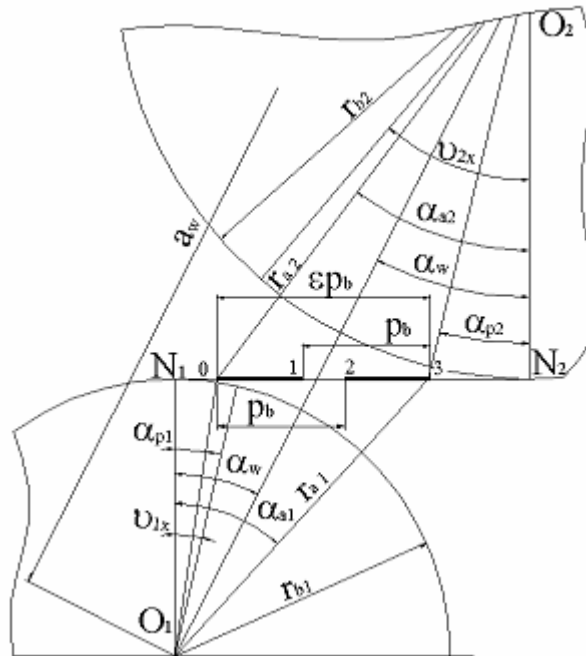


Рис. 2. Схема зацепления при $1 < \varepsilon < 2$



Рис. 7 Удельная сила на зубе.

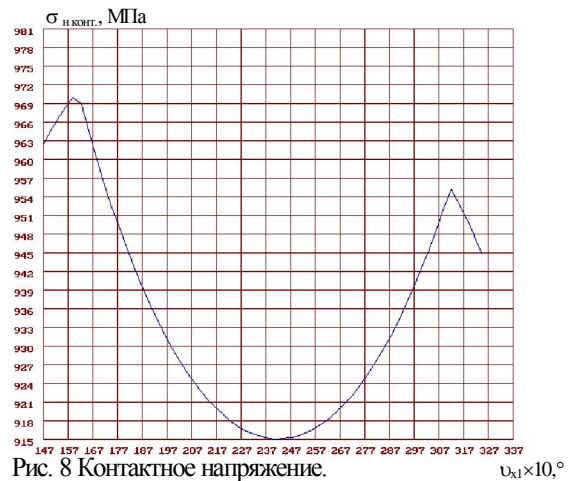


Рис. 8 Контактное напряжение.

Увеличение степени точности до 7 (график б) позволяет получить гарантированное 2-х парное зацепление при работе передачи. При этом снижаются максимальные контактные и изгибные напряжения. С изменением степени точности изменяются также точки приложения силы, соответствующей максимальному контактному и изгибному напряжениям. Максимальное контактное напряжение не соответствует полюсу, а максимальное изгибное напряжение не соответствует приложению силы к вершине зуба.

Сравним полученные результаты для стандартной передачи с $\varepsilon < 2$ и передачи с $\varepsilon > 2$, при изготовлении их по одной (7-ой) степени точности. Рис. 3 показывает, что нагрузка на вершине зуба у передачи с $\varepsilon > 2$ составляет только $\approx 66\%$ от общей нормальной силы, тогда как у передачи с $\varepsilon < 2$ эта величина равна $\approx 94\%$ (см. рис. 7). При

этом максимальное изгибное напряжение у основания зуба последней передачи меньше, чем у первой. Это говорит о снижении изгибной прочности отдельного зуба с $\varepsilon > 2$.

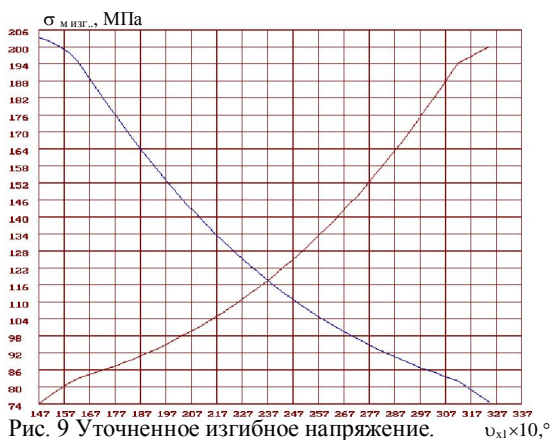


Рис. 9 Уточненное изгибное напряжение.

Полученные результаты дают наглядное представление о влиянии погрешности изготовления на форму и величину функции нагружения зуба передачи по профилю и показывают, что изменение величины зазора существенно изменяет как величину, так и место приложения нагружающего фактора, определяющего выход передачи из строя. Максимальные контактные напряжения, вычисленные по формуле Герца, не соответствуют

полюсу зацепления в обоих случаях. При определении изгибных напряжений, для передачи с $\varepsilon > 2$ максимум нагружения приходится при приложении силы в точке, отличной от вершины зуба.

Проведенный анализ выявил преимущества передачи с $\varepsilon > 2$ по сравнению со стандартной исходной передачей с $\varepsilon < 2$, при изготовлении их по 7 степени точности. На основании представленного материала и других расчетов, проведенных авторами, с большой долей достоверности можно обобщить сделанный вывод на весь диапазон эвольвентных прямозубых передач.

Список литературы: 1. Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д. Деформативность планетарных механизмов. М., 1973. 2. Генкин В.Д., Мишарин Ю.А. Прямозубая эвольвентная передача с коэффициентом перекрытия больше двух // Вестник машиностроения. 1960. №3. С.13-17. 3. Вулгаков Э.Б., Ананьев В.М., Голованов В.В. и др. Виброактивность зубчатых передач с $\varepsilon_\alpha > 2$ // Вестник машиностроения. 1974. №6. С.26-31. 4. Вулгаков Э.Б., Ананьев В.М. Зубчатые передачи с $\varepsilon_\alpha > 2$ и $\alpha_w > 20^\circ$ // Вестник машиностроения. 1975. №8. С.24-27. 5. Вулгаков Э.Б. и др. Авиационные зубчатые передачи и редукторы. Справочник. М., 1981. 6. Вулгаков Э.Б. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. М., 1974. 7. Кудрявцев В.Н. Детали машин. Ленинград, 1980.

Сдано в редакцию 24.05.07

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОБОГАЩЕНИЯ АЛМАЗОСОДЕРЖАЩЕГО СЫРЬЯ В ТЯЖЕЛОСРЕДНЫХ СЕПАРАТОРАХ

Савицкий Л.В. (Институт Якутннпроалмаз, г. Мирный, Россия)

In given article are considered questions, connected with determination the most significant factor, rendering essential influence upon process of the extraction diamond from conversion ore. The Influence specified factor can be determined on the known analytical expressions theoretically or experimental. The known analytical expressions are received for ideal conditions and calculations on this formula bring about significant inaccuracy. The experimental studies allow to get the heuristic models of the processes for condition data of the usages and elaborate the analytical models of the calculation.