

Перелік літератури: 1. Рыжов Р.Н., Кузнецов В.Д. Внешние электромагнитные воздействия в процессах дуговой сварки и наплавки (обзор) // Автомат. сварка. – 2006. – №10. – С. 36-44. 2. Сергеев П.В., Локша Б.К., Шепель Г.А., Ибраев Ш.Ш. Магнитное управление электрическими дугами в высокотемпературных установках для нагрева газа // Тез. докл. V Всесоюзной конференции по генераторам низкотемпературной плазмы. – Новосибирск: Институт теплофизики СО АН СССР, 1972. – Т I. – С. 131–132. 3. Юревич Ф.Б., Куликов В.С. Электродуговой нагрев газа. Минск: Наука и техника, 1973. – 192 с. 4. Рыкалин Н.Н., Николаев А.В., Кудинов В.В., Кулагин И.Д., Синолицын Э.К. Нагрев порошка в стабилизированной магнитным полем струе при плазменном напылении // Автоматическая сварка. – 1968. – №8. – С.29 – 33.– С. 161 – 163. 5. Пузряков А.Ф. Проблемы и перспективы создания высокостабильного оборудования для плазменного напыления // Тез. докл. VII Совещания «Теория и практика газотермического нанесения покрытий». – Дмитров: НИИ проблем машиностроения МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1978. – С. 15 – 23. 6. Пашенко В. М., Солодкий С.П. Магнитное управление потоками низкотемпературной плазмы в процессах нанесения газотермических покрытий // Автоматическая сварка. – 2006 г. – №6 (638). – С.53-55.

Сдано в редакцию 14.05.07

КОНТАКТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ С УЧЕТОМ ПЕРЕКОСА ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Попов А.П., Каиров А.С. (НУК, г. Николаев, Украина)

The space contact problem of point scheme tooth transmissions has been solved. It is shown that point tooth contact differs from linear contact because it increases evolvent tooth loading ability.

Постановка проблемы. Исследование контактной прочности зубчатых передач с учетом влияния на их работоспособность конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов является актуальной проблемой, успешное решение которой предопределяет развитие редукторостроения. В наибольшей степени актуальность данной проблемы сказывается при создании тяжелонагруженных зубчатых передач практически для всех отраслей машиностроения, выпускающих зубчатые передачи редукторов.

Анализ последних исследований. Проблема исследования передач редукторов с учетом перекоса зубчатых колес до последнего времени оставалась нерешенной. По мнению отдельных авторов передачи редукторов при наличии перекоса зубчатых колес являются неработоспособными. Основные расчетные зависимости и анализ нагрузочной способности по контактным напряжениям передач с точечной системой зацепления эвольвентных зубьев приведены в [1-3]. Эти результаты указывают на то, что при углах перекоса $\psi = (0,1...1)10^{-3}$ рад зубьев относительно друг друга, обусловленных перекосом зубчатых колес, нагрузочная способность передач редукторов снижается в 2...15 раз, что является недопустимым.

Целью работы является решение пространственной контактной задачи применительно к зубьям, зубчатые колеса которых перекошены относительно друг друга на угол Ψ , и разработка практического метода расчета нагрузочной способности зубчатых передач по контактным напряжениям.

Изложение основного материала. Эвольвентные зубчатые передачи редукторов при отсутствии нагружения и перекоса зубьев характеризуются линейным контактом зубьев. При перекосе зубчатых колес на угол ψ линейный контакт перерождается в точечный контакт зубьев, в связи с чем задача из плоской переходит в пространственную задачу, решение которой рассмотрим, полагая коэффициенты Пуассона $\nu_1 \neq \nu_2$ и модули упругости материалов $E_1 \neq E_2$.

При решении задачи напряжения определяются на рабочих поверхностях зубьев, а силы трения, мало влияющие на напряжения, не учитываются. Материал зубьев принимается однородным и изотропным. При сжатии зубьев нормальной силой F_n в зоне контакта создаются только упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука.

В качестве расчетной принимается модель контакта двух упруго сжатых полупространств, ограниченных поверхностями в двух взаимно перпендикулярных плоскостях zOx и zOy (рис. 1 и 2). В плоскости zOx имеем модель контакта двух цилиндров с радиусами ρ_1 и ρ_2 , которые характеризуют радиусы кривизны боковых профилей эвольвентных зубьев в полюсе зацепления, причем $\rho_1 = mz_1 \sin \alpha_w / 2$; $\rho_2 = mz_2 \sin \alpha_w / 2$; m – модуль зацепления; α_w – угол зацепления; z_1, z_2 – числа зубьев шестерни и колеса. В плоскости zOy в качестве расчетной выступает модель контакта полупространств 1 и 2, повернутых относительно друг друга на угол ψ , которые ограничены плоскостями (рис. 2).

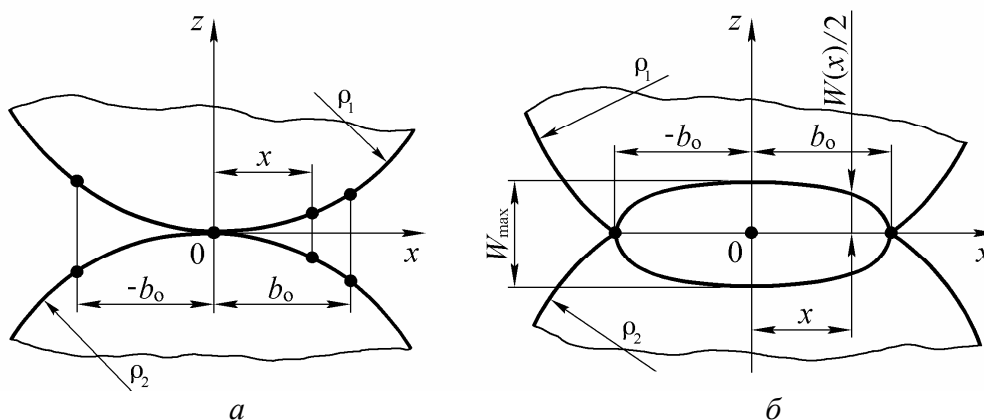


Рис.1. Схема контакта зубьев в плоскости zOx до нагружения (а) и после нагружения (б)

Функция контактных деформаций $W(x)$ в плоскости zOx имеет вид [4, 5]:

$$W(x) = \frac{b_0^2}{2\rho} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}}, \quad (1)$$

где $\rho = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2)$ – приведенный радиус кривизны боковых профилей зубьев в полюсе зацепления; b_0 – меньшая полуось полуэллиптической площадки контакта.

Для определения функции контактных деформаций в плоскости zOy обратимся к рис. 2. Полагая $\cos \psi = 1$ ввиду малости угла ψ , найдем выражения сближения тел 1 и 2 под нагрузкой в точках $y = b_k$ и y :

$$S(b_k) = b_k \psi; \quad S(y) = y \psi,$$

где b_k – большая полуось полуэллиптической площадки контакта.

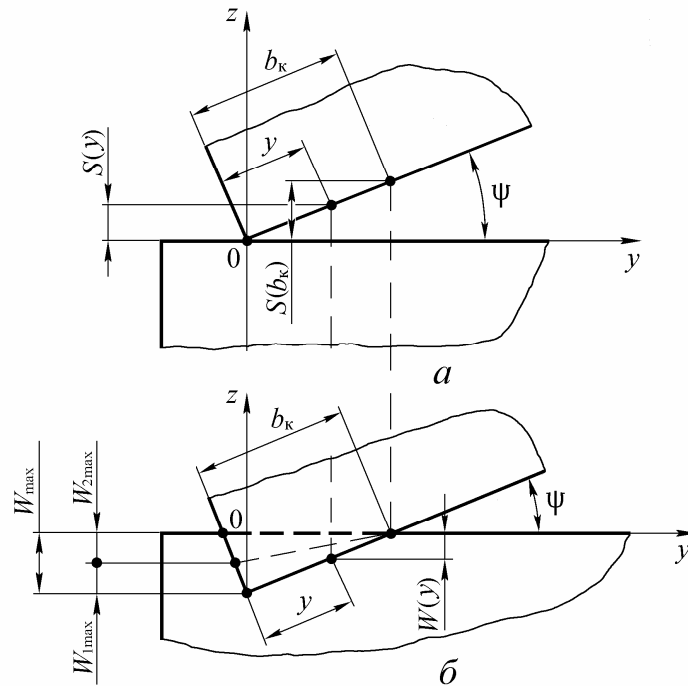


Рис.2. Расчетная модель контакта зубьев в плоскости zOy до нагружения (а) и после нагружения (б)

С учетом двух последних выражений функция $W(y)$ примет вид:

$$W(y) = W_1(y) + W_2(y) = W_{\max} - S(y) = W_{1\max} + W_{2\max} - S(y) = (b_k - y)\psi, \quad (2)$$

где W_{\max} – максимальная контактная деформация сопряженной пары зубьев; $W_{1\max}$, $W_{2\max}$ – максимальные величины контактных деформаций соответственно первого и второго зубьев.

При $x = y = 0$ функции $W(x)$ и $W(y)$ имеют одинаковые максимумы, равные W_{\max} . На основании данного равенства максимальных контактных деформаций (1) и (2) имеем

$$\frac{b_o^2}{2\rho} = b_k \psi \quad \text{или} \quad b_k = \frac{b_o^2}{2\rho\psi}.$$

Полагая $\alpha = b_o / b_k$ и используя последнее выражение параметра b_k , определим выражение коэффициента

$$\alpha = \frac{b_o}{b_k} = \frac{2\rho\psi}{b_o}. \quad (3)$$

В свою очередь, из выражения (3) при известном коэффициенте α найдем зависимость параметра

$$b_o = 2\rho\psi / \alpha. \quad (4)$$

Так как функции (1) и (2) при $x = y = 0$ имеют один и тот же максимум, то от двух указанных функций перейдем к единой функции $W(x, y)$, которая характеризует закон изменения контактных деформаций в направлении двух осей x и y :

$$W(x, y) = \frac{b_0^2}{2\rho} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} \left(1 - \frac{y}{b_k}\right) = b_k \Psi \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} \left(1 - \frac{y}{b_k}\right). \quad (5)$$

В дальнейшем с целью возможного двойного интегрирования функции (5) необходимо площадку контакта полуэллипса размером $\pi b_0 b_k / 2$ заменить эквивалентной по величине площадкой контакта прямоугольника со сторонами $2b_0$ и b_{km} , где параметр $b_{km} < b_k$. Исходя из равенства $\pi b_0 b_k / 2 = 2b_0 b_{km}$, определим параметр

$$b_{km} = \pi b_k / 4. \quad (6)$$

Заменив в уравнении (5) параметр b_k параметром b_{km} , определяемым из выражения (6), получим в окончательном виде зависимость функции

$$W(x, y) = \frac{b_0^2}{2\rho} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} \left(1 - \frac{y}{b_{km}}\right) = b_{km} \Psi \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} \left(1 - \frac{y}{b_{km}}\right). \quad (7)$$

Для решения контактной задачи необходимо найти вторую функцию $W(x, y)$, равнозначную функции (7). С этой целью, исходя из подчинения сближаемых зубьев в пределах упругости гипотезе Винклера [4, 5], запишем

$$W(x, y) = B \sigma(x, y), \quad (8)$$

где B – коэффициент подушки упруго нагруженных зубьев, $\text{м}^3/\text{Н}$; $\sigma(x, y)$ – функция контактных напряжений.

Определение коэффициента подушки B подробно изложено в работах [4, 5], посвященных решениям пространственных контактных задач с точечной системой зацепления зубьев. В отличие от указанных задач в рассматриваемой задаче $L_x / L_y = 2b_0 / b_k = 2\alpha$, L_x , L_y – размерные параметры, соответственно равные меньшей оси $2b_0$ и большой полуоси b_k полуэллиптической площадки контакта.

С учетом вышеизложенного и указанных работ коэффициент подушки в данной задаче будет иметь вид

$$B = \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(2\alpha + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(2\alpha + \nu_2)E_2} \right] b_0. \quad (9)$$

В соответствии с уравнением (9) функция (8) примет вид

$$W(x, y) = \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(2\alpha + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(2\alpha + \nu_2)E_2} \right] b_0 \sigma(x, y), \quad (10)$$

где ν_1, ν_2 – коэффициенты Пуассона; E_1, E_2 – модули упругости шестерни и колеса.

На основании зависимостей (3), (6), (7) и (10) запишем основное уравнение напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев

$$B \int_0^{b_{km}} \int_{-b_0}^{b_0} \sigma(x, y) dx dy = BF_n = \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(2\alpha + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(2\alpha + \nu_2)E_2} \right] b_0 F_n =$$

$$= \frac{b_0^2 b_{km} b_0}{2\rho} \int_0^{b_{km}} \int_{-b_0}^{b_0} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} \left(1 - \frac{y}{b_{km}}\right) dx dy = \frac{\pi^2 b_0^4}{32\alpha\rho},$$

исходя из которого определим выражение параметра:

$$b_o = 1,481 \sqrt[3]{\alpha \rho F_n \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(2\alpha + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(2\alpha + \nu_2)E_2} \right]}. \quad (11)$$

Используя зависимость (11), найдем выражение большой полуоси эллипса

$$b_k = b_o / \alpha = 1,481 \sqrt[3]{\frac{\rho F_n}{\alpha^2} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(2\alpha + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(2\alpha + \nu_2)E_2} \right]}. \quad (12)$$

Из уравнения (8) выделим функцию контактных напряжений

$$\sigma(x, y) = W(x, y) / B, \quad (13)$$

которую в соответствии с выражением (5) можно записать в виде

$$\sigma(x, y) = \sigma_{\max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_o^2} \left(1 - \frac{y}{b_k} \right)}. \quad (14)$$

Если в уравнении (4) принять $x = y = 0$, то с учетом зависимости (13) найдем выражение максимальных контактных напряжений $\sigma_{\max} = b_o^2 / (2\rho B)$, которое после подстановки в него формул (9) и (11) примет вид

$$\sigma_{\max} = 0,74 \sqrt[3]{\frac{\alpha F_n}{\rho^2 \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(2\alpha + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(2\alpha + \nu_2)E_2} \right]^2}}. \quad (15)$$

При $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$ и $E_1 = E_2 = E$ приведенные выражения (11), (12) и (15) примут вид:

$$b_o = 1,808 \sqrt[3]{\frac{\alpha \rho F_n}{(2\alpha + \nu)E}}; \quad (16)$$

$$b_k = 1,808 \sqrt[3]{\frac{\rho F_n}{\alpha^2 (2\alpha + \nu)E}}; \quad (17)$$

$$\sigma_{\max} = 0,496 \sqrt[3]{\alpha (2\alpha + \nu)^2 E^2 F_n / \rho^2}. \quad (18)$$

Найденные уравнения (11), (12), (15)-(18) имеют незамкнутый вид, так как они выражены через коэффициент α , зависящий от неизвестного параметра b_o . Для определения коэффициента α составим трансцендентное уравнение, приравняв друг к другу правые части выражений (4) и (16), в связи с чем получим зависимость

$$W(x, y) = \frac{0,904 \alpha}{\Psi} \sqrt{\frac{\alpha F_n}{(2\alpha + \nu)E \rho^2}} = 1. \quad (19)$$

Путем графоаналитического решения трансцендентного уравнения (19) при заданных значениях коэффициента $\alpha = (3...40) \cdot 10^{-3}$ определяется искомое значение коэффициента α , в соответствии с которым рассчитываются параметры b_o , b_k и напряжения σ_{\max} , исходя из приведенных формул.

Следует отметить, что выполненное решение задачи характерно для случая, когда длина большой полуоси b_k полуэллиптической площадки контакта меньше длины зубьев b_w , т.е. $b_k < b_w$. Данный случай характерен для сравнительно высоких значений углов ψ и длинных зубьев, когда коэффициент $\psi_{bd} = b_w / d_1 \geq 1$.

Полученные решения задачи при $b_k > b_w$ в данной работе не приводятся ввиду большого объема исследований. На основе полученных результатов установлено, что условием применимости вышеприведенных уравнений является неравенство

$$\psi < \psi_{\text{пред}} = \frac{\alpha^2 b_w}{2\rho}. \quad (20)$$

Следовательно, при всех значениях углов ψ , меньших угла $\psi_{\text{пред}}$, определяемого по (20), распространяются уравнения (11), (12), (15)-(18).

Для оценки контактной прочности и нагрузочной способности по контактным напряжениям зацепления рассмотрим в качестве примера первую ступень прямозубой некорректированной передачи редуктора типа РП16 внешнего зацепления, исходя из $z_1 = 50$; $z_2 = 100$; $m = 5$ мм; $\alpha_w = 20^\circ$; $b_w = 250$ мм; $F_n = 4 \cdot 10^3$ Н; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$; $\psi = (1; 2,5; 5; 7,5; 10) \cdot 10^{-4}$ рад $\leq [\psi] = 10^{-3}$ рад.

По общеизвестным зависимостям находим $\rho_1 = 42,75$ мм; $\rho_2 = 85,50$ мм; $\rho = 28,50$ мм, а по формуле Герца определяем максимальные контактные напряжения в полюсе зацепления зубьев $\sigma_H = 454$ МПа. Затем, используя зависимость (19) при заданных значениях $\alpha = (3..40) \cdot 10^{-3}$ и углах $\psi = (1; 2,5; 5; 7,5; 10) \cdot 10^{-3}$ рад находим искомые величины коэффициента α , помещенные в табл. 1. В данной таблице приведены также расчетные значения и другие параметры.

Таблица 1. Расчетные характеристики зубчатой передачи

Расчетные параметры и напряжения	Угол перекоса $\psi \cdot 10^4$, рад				
	1,0	2,5	5,0	7,5	10
$\alpha \cdot 10^3$	6,55	13,10	22,50	30,90	38,95
b_o , мм	0,876	1,088	1,279	1,400	1,490
b_k , мм	133,68	83,06	55,06	45,29	38,25
b_k / b_w	0,535	0,332	0,227	0,181	0,153
σ_{max} , МПа	555	719	904	1026	1140
$\varphi_k = \sigma_{\text{max}} / \sigma_H$	1,222	1,584	1,991	2,260	2,511
$\varphi_H = \varphi_k^3$	1,827	3,792	7,895	11,542	15,832

Из таблицы очевидно, что по мере возрастания угла ψ контактные напряжения σ_{max} увеличиваются по сравнению с напряжениями σ_H в $\varphi_k = 1,222...2,511$ раза, что приводит к снижению нагрузочной способности зацепления по этим напряжениям в $\varphi_H = 1,827...15,832$ раза. Кроме того, отношение $b_k / b_w = 0,153...0,535$ указывает на

то, что при перекосе зубчатых колес в контакте участвует лишь часть длины b_w зубьев, в связи с чем $b_k / b_w < 1$.

Таким образом, как следует из приведенных расчетов, нагрузочная способность зацепления при перекосе зубьев существенно снижается, что недопустимо, так как она не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к зубчатым передачам.

Выводы. 1. Получено новое решение пространственной контактной задачи применительно к передачам редукторов для случая перекоса зубчатых колес. Приведены выражения параметров, определяющих размеры полуэллиптической площадки контакта, и максимальных контактных напряжений.

2. Установлено, что нагрузочная способность зацепления при перекосе зубчатых колес существенно снижается, в связи с чем работоспособность передач редукторов становится неприемлемой.

3. Для повышения нагрузочной способности передач редукторов, обусловленной нейтрализацией вредного влияния перекоса зубчатых колес, необходимо предусмотреть продольную модификацию зубьев. В дальнейшем необходимо продолжить исследования по данной проблеме для случая малых углов ψ и коротких зубьев, при которых характерно $b_k / b_w > 1$.

Список литературы. 1. Д. п. № 77304 на винахід. Україна. Зубчаста передача з криволінійними твірними зубів / Попов О.П. – 2004121281; Заявл. 14.12.04; Опубл. 15.12.06. Бюл. № 12. 2. Попов А.П. Влияние перекоса зубьев на контактную прочность эвольвентного зацепления // Тез. докл. Междунар. науч.-техн. конф. “Современные проблемы триботехники”. – Николаев: НУК. – 2005. – С.23-25. 3. Попов А.П. Контактная прочность эвольвентного зацепления при относительно малых углах перекоса зубьев // Тез. докл. Междунар. науч.-техн. конф. “Современные проблемы триботехники”. – Николаев: НУК. – 2005. – С.25-26. 4. Попов А.П., Каиров А.С., Медведовский А.М. Контактная прочность зацепления Новикова с эллиптическими зубьями // Збірник наук. праць НУК. – Миколаїв: НУК. – 2006. – № 4 (409). – С.162-171. 5. Попов А.П., Каиров А.С. Зубчатая передача с эллиптическими образующими боковых поверхностей эвольвентных зубьев // Материалы Междунар. науч.-техн. конф. “Надежность и долговечность механизмов, элементов конструкций и биомеханических систем”. Севастополь: СНТУ. – 2006. – С.145-151.

Сдано в редакцию 17.05.07

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ПРЯМОЗУБОЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧИ С МНОГОПАРНЫМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Руденко С.П., Марчук А.С.

(ОИМ НАН Беларуси, СЗАО «ФИДМАШ», г. Минск, Беларусь)

Model of static loading of involute gearing with increased engagement factor allowing for error of making. Method of testing and analysis of gearing static loading is suggested. It is recommended to design gearing with increased engagement factor.

Эвольвентные зубчатые передачи с увеличенным коэффициентом перекрытия ($\varepsilon > 2$) имеют пониженную виброактивность и увеличенную несущую способность [1-5]. По данным экспериментальных исследований зубчатые передачи с коэффициентом перекрытия $\varepsilon > 2$ выдерживают нагрузку по контактной прочности рабочих