НЕПРЕРЫВНАЯ КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ ТРУБ МАЛОГО ДИАМЕТРА ИЗ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ

Скачков В.А., Колобов Г.А., Иванов В.И., Оверчук О.Р. (ЗГИА, г. Запорожье, Украина)

Из условия баланса распределения теплоты процесса охлаждения в зоне кристаллизации при непрерывном формировании труб малого диаметра из расплава алюминиевых сплавов получена система двух дифференциальных уравнений, описывающих распределение температуры по длине центрального формирующего стержня и расплава. Получено решение данной системы, которое задается конечными соотношениями для температуры формирующего центрального стержня и расплава до точки кристаллизации.

Основными параметрами, определяющими процесс литья труб малого диаметра, являются геометрические размеры кристаллизатора и условия его охлаждения.

В настоящее время трубы малого диаметра изготавливают путем литья крупногабаритных трубных заготовок в кристаллизаторах с последующей их обработкой (прессованием, прокаткой и вытяжкой).

Литье трубных заготовок выполняют центробежным и полунепрерывным методами. Охлаждение металла при его литье в длинном кристаллизаторе осуществляется путем теплоотдачи через боковую поверхность кристаллизатора, а при его литье в коротком кристаллизаторе - при помощи потоков воды, подаваемых на заготовку, чем достигается резкое возрастание интенсивности ее охлаждения [1,2]. Особенности процесса охлаждения металла при непрерывной кристаллизации прутков малого диаметра из алюминиевых сплавов описаны в работе [3].

При литье труб малого диаметра из алюминиевых сплавов необходимо знать влияние условий внешнего теплообмена на процесс их кристаллизации.

Данный процесс может быть реализован в металлическом кристаллизаторе с размещенным внутри него центральным формирующим стержнем, при этом кристаллизатор подвергают охлаждению в среде жидкости или газа.

В зоне расплава температура алюминиевого сплава T_p на величину перегрева T_{np} превышает температуру его плавления T_{nn} .

При рассмотрении теплового баланса процесса охлаждения на участке кристаллизатора, ограниченном сечениями [x, x + dx] (см. рисунок), можно записать

$$Q_x - Q_{x+dx} = dQ , \qquad (1)$$

где Q_x , Q_{x+d} - приход и отвод теплоты в сечениях x и x + dx кристаллизатора соответственно; dQ - отвод теплоты через боковую поверхность кристаллизатора.

Значение параметра dQ определяется передачей теплоты от текущего расплава к внутренней поверхности кристаллизатора dQ_p и наружной поверхности центрального стержня dQ_{cm} , а также передачей теплоты по толщине стенки кристаллизатора dQ_{cm} и от его наружной поверхности в окружающую среду dQ_{e} в соответствии с соотношением:

$$dQ = dQ_p = dQ_{cm} = dQ_{\theta}.$$
 (2)

Компоненты соотношения (2) определяются выражениями [4]:

$$dQ_{cm} = \alpha_{cm} \cdot \pi \cdot D_{cm} \cdot (T_{cm} - T_p) dx;$$
(3)

$$dQ_p = \alpha_p \cdot \pi \cdot D_1 \cdot (T_p - T_{c1}) \, dx \quad ; \tag{4}$$

$$dQ_m = \frac{2\pi \cdot (T_{c1} - T_{c2}) \cdot \lambda}{\ln \frac{D_2}{D_1}} dx \; ; \tag{5}$$

$$dQ_{\theta} = \alpha_{m\theta} \cdot \pi \cdot D_2 \cdot (T_{c2} - T_{\theta}) \, dx \,, \tag{6}$$

где α_{ct} , α_p , α_{tB} – коэффициенты теплоотдачи от расплава к наружной поверхности стержня и внутренней поверхности кристаллизатору, а также от наружной поверхности кристаллизатора к внешней среде соответственно, $BT/(M^2 K)$; λ - коэффициент теплопроводности материала кристаллизатора, BT/(M K); T_p , T_{cm} , T_{c1} , T_{c2} , T_6 - соответственно температура расплава, стержня, внутренней и наружной поверхности кристаллизатора, а также окружающей среды, K; D_1 , D_2 , D_{cm} - соответственно внутренний и наружный диаметр кристаллизатора, а также диаметр стержня, м.



Рис. 1. Расчетная схема кристаллизации

Путем исключения температуры T_{c1} и T_{c2} из уравнений (4), (5) и (6), а также несложных преобразований можно записать:

$$dQ = \frac{\pi \cdot (T_p - T_e) dx}{\frac{1}{\alpha_{\mathcal{H}-m} \cdot D_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{D_2}{D_1} + \frac{1}{\alpha_{me} \cdot D_2}}.$$
(7)

Левая часть уравнения (1) определяется как

$$Q_x - Q_{x+dx} = 0.25\pi \cdot D_1^2 \cdot c \cdot \rho \cdot W \frac{dT}{dx} + \alpha_{cm} \cdot \pi \cdot D_{cm} \cdot \left(T_{cm} - T_p\right) dx.$$
(8)

где *с* - теплоемкость текущего расплава, кДж/(кг К); *р* - плотность расплава, кг/м3; *W* - линейная скорость течения расплава (скорость вытяжки трубки), м/с.

Сформулируем ряд допущений, положенных в основу математической модели теплообмена в кристаллизаторе:

- в рассматриваемом диапазоне изменения температуры теплофизические параметры текущего расплава принимаются постоянными;

- распределение температуры расплава по диаметру кристаллизатора считается равномерным;

- скорость течения расплава по длине кристаллизатора предполагается неизменной.

После подстановки уравнений (7) и (8) в уравнение (1) получают систему уравнений, описывающих распределение температуры по длине центрального формирующего стержня и кристаллизуемого расплава:

$$\frac{d^2 T_{cm}}{dx^2} = \Theta \cdot \left(T_{cm} - T_p \right); \tag{9}$$

$$\frac{dT_p}{dx} = (A+B) \cdot T_p - B \cdot T_{cm} - A \cdot T_6 , \qquad (10)$$

где $\theta = \frac{4\alpha}{\lambda}; \quad A = \frac{4}{K_1 \cdot c \cdot \rho \cdot W \cdot (T_1^2 - T_{cm}^2)}; \quad B = \frac{4}{c \cdot \rho \cdot W \cdot (T_1^2 - T_{cm}^2)};$ $K_1 = \frac{1}{\alpha_p \cdot D_1} + \frac{1}{2\lambda_\kappa} \cdot \ln \frac{D_2}{D_1} + \frac{1}{\alpha_{ms} \cdot D_2};$

Используя замену переменных: $T_{cm} \equiv \psi$; $T_p \equiv \eta$, систему уравнений (9) и (10) можно записать в виде:

$$\Psi'' = \theta \cdot (\Psi - \eta) ; \qquad (11)$$

$$\eta' = F \cdot \eta - B \cdot \Psi + G \quad . \tag{12}$$

С учетом выражений (11) и (12) система уравнений (9) и (10) может быть представлена уравнением третьего порядка:

$$\psi''' - F \cdot \psi'' - \theta \cdot \psi' + \Omega \cdot \psi + \theta \cdot G = 0 \quad . \tag{13}$$

Решение уравнения (13) имеет вид:

$$\Psi = C_1 \cdot exp(k_1 \cdot x) + exp(k_2 \cdot x) \cdot \left[C_2 \cdot cos(k_3 \cdot x) + C_3 \cdot sin(k_3 \cdot x)\right] - \frac{\theta \cdot G}{\Omega} \quad (14)$$

где C_1 , C_2 , C_3 - постоянные интегрирования, k_1 , k_2 , k_3 - корни характеристического уравнения; $G = -A \cdot T_6$, $\Omega = \theta \cdot F - B \cdot \theta$.

Граничные условия для системы уравнений (9)-(10) предполагают равенство температуры в начале кристаллизатора и температуры зоны расплава:

$$T_{cm}\Big|_{x=0} = T_{np}^{p} \; ; \tag{15}$$

$$T_{cm}\big|_{x\to\infty} = 0 \quad ; \tag{16}$$

$$T_{np}\Big|_{x=0} = T_{np}^{p} , \qquad (17)$$

где T_{np}^{p} - температура расплава.

Постоянные интегрирования *c*₁, *c*₂ и *c*₃ уравнений (9) и (10), которые определяют из удовлетворения граничных условий (15)-(17), имеют вид:

$$C_1 = 0$$
; (18)

$$C_2 = T_{np}^{\ p} + \frac{\theta \cdot G}{\Omega} \quad ; \tag{19}$$

$$C_3 = \frac{1}{2k_2 \cdot k_3} \cdot \left[\left(W_2 - T_{np}^{\ p} - \frac{\theta \cdot G}{\Omega} \right) \cdot \theta - W_2 \cdot \left(k_2^2 + k_3^2 \right) \right] \,. \tag{20}$$

Учитывая решение (14) и значения постоянных интегрирования (17)-(20), температура формирующего стержня определится как:

$$T_{cm} = exp(k_2 \cdot x) \cdot \left[W_2 \cdot cos(k_3 \cdot x) + W_3 \cdot sin(k_3 \cdot x) \right] - \frac{\theta \cdot G}{\Omega};$$
(21)

где $W_2 = T_{np}^p + \frac{\theta \cdot G}{\Omega}$.

Температура расплава в зоне кристаллизации

$$T_p = T_p - \frac{1}{\theta} \cdot \frac{d^2 T_p}{dx^2}$$
(22)

Используя решение (21), соотношение (22) будет иметь вид:

$$T_{p} = exp(k_{2} \cdot x) \cdot \left[\left(W_{2} - \frac{W_{2} \cdot k_{2}^{2} + 2k_{2} \cdot k_{3} \cdot W_{3} - W_{2} \cdot k_{3}^{2}}{\Theta} \right) \cdot cos(k_{3} \cdot x) + \left(W_{3} - \frac{W_{3} \cdot k_{2}^{2} - 2k_{2} \cdot k_{3} \cdot W_{2} - W_{3} \cdot k_{3}^{2}}{\Theta} \right) \cdot sin(k_{3} \cdot x) \right] - \frac{\Theta \cdot G}{\Omega} ; \qquad (23)$$

Соотношения (21) и (23) определяют распределение температуры по длине центрального формирующего стержня и в расплаве до точки кристаллизации. Указанные характеристики зависят от температуры расплава, температуры среды, охлаждающей кристаллизатор, и параметров внешнего теплообмена кристаллизатора.

Решение (23) позволяет определить длину зоны кристаллизации расплава для заданной скорости вытяжки трубы в условиях заданного внешнего теплообмена.

Выводы. Предложена математическая модель процесса охлаждения труб малого диаметра из алюминиевых сплавов в кристаллизаторе от температуры расплава до температуры кристаллизации. Модель учитывает условия теплоотдачи от расплава к кристаллизатору и стержню, а также передачу теплоты через боковую поверхность кристаллизатора в окружающую среду.

Список литературы: 1. Хахалин В.Д., Семко В.И., Смоляков А.Н. и др. Труболитейное производство. - М.: Металлургия, 1977. - 224 с. 2. Гецелев З.Н., Балахонцев Г.А., Квасов Ф.И. и др. Непрерывное литье в электромагнитный кристаллизатор. - М.: Металлургия, 1983. - 152 с. 3. Скачков В.А., Колобов Г.А., Иванов В.И., Оверчук О.Р. Непрерывная кристаллизация тонких прутков из алюминиевых сплавов / Прогрессивные технологии и системы машиностроения. - Донецк: Изд-во ДНТУ, 2005. - С.262-266. 4. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплоотдача. - М.: Энергия, 1981. – 416 с.

Сдано в редакцию 10.02.07