

5. Залежність для отримання розподілу швидкостей робочого середовища у поперечних перерізах струменя розпилення і запропонований на її основі алгоритм розрахунків дозволять обчислити і дослідити розподіл кінетичної енергії у довільній точці поперечного перерізу струменя розпилення при обробленні криволінійних поверхонь, а також плоских поверхонь при обробленні з певним кутом атаки.

Список літератури: 1. Wang L. Erosion Testing and Surface Preparation Using Abrasive Water-Jetting // ASM International, Journal of Materials Engineering and Performance. – 2004. – Vol.13, No.1. – P. 103-106. 2. Зінь І., Студент М., Затхей Б. Зміцнювальна підготовка поверхні резервуарів перед нанесенням захисних покриттів // Вісник Львівського державного аграрного університету: Агроінженерні дослідження. - 2005. - №9. - С. 288-298. 3. Luo J.; Bowen P. Effects of Temperature and Shot Peening on S–N Behavior of a PM Ni-Base Superalloy UDIMET 720 // Minerals, Metals & Materials Society and ASM Intl, Metallurgical and Materials Transactions A – 2004. - Vol.35, Suppl.1. – P. 1007-1016. 4. Shiozawa K., Lu L. Very high-cycle fatigue behaviour of shot-peened high-carbon-chromium bearing steel // Blackwell Publishing, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. - 2002. - Vol.25, No.8-9. - P. 813-822. 5. Проволоцкий А.Е. Струйно-абразивная обработка деталей машин. – К.: Техника, 1989. – 177 с. 6. Саленко О.Ф., Стругинський В.Б., Загірняк М.В. Ефективне гідрорізнання. Монографія. – Кременчук: КДПУ, 2005. – 488 с. 7. Impact Surface Treatment, edited by S.A. Meguid. – London and New York, 1986 – 326 p. 8. Meguid S.A., Shagal G., Stranart J.C., Daly J. Three-dimensional dynamic finite element analysis of shot-peening induced residual stresses - Theory, Methods and Applications // Elsevier Science, Finite Elements in Analysis and Design. – 1999. – Vol.31, No.3. - P. 179-191. 9. Стоцько З.А., Стефанович Т.О. Енергетична концепція процесу струменевої обробки поверхонь незв'язаними твердими тілами // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2005. – №39. – С. 99-104. 10. Марець В.М. Разработка средств и методов повышения стабильности параметров покрытий элементов электронных приборов при струйном нанесении // диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук. – Львов: ЛПИ, 1988. 11. Стоцько З.А., Стефанович Т.О. Моделювання процесу струминної обробки поверхонь незв'язаними твердими тілами // Машинознавство. – 2005. – №6. – С. 31-34. 12. Стоцько З.А., Стефанович Т.О. Математична модель розподілу маси речовини в струмені розпилення при струменевої обробці поверхонь незв'язаними твердими тілами // Вісник Національного університету "Львівська політехніка": Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2005. – №535. – С. 39-44.

Сдано в редакцию 21.03.06

Рекомендовано д.т.н., проф. Тока А.

РЕШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

Стрельников В. Н. (ЗАО «НКМЗ», г. Краматорск, Украина)

Features of the decision of a contact problem of thin-walled designs, including multilayered environments, with reference to transfers by gearing with intermediate bodies качения are considered.

Многие контактные задачи основаны на решении Герца [1], которое используется при взаимодействии несогласованных поверхностей с первоначальным точечным или линейчатым контактом. При этом расстояние между поверхностями вблизи точки соприкосновения в направлении общей нормали имеет порядок $O(r^2)$, где r - расстояние от точки касания, отсчитанное в касательной плоскости. Задача Герца достаточно точно отражает процессы при контакте зубчатых колес в подшипниках качения и других деталях машин. В практике встречаются случаи контакта согласованных поверхностей, когда первоначальная степень близости контактирующих поверхностей более высокая, чем в случае Герца и протяженность зоны контакта сопоставима с характерными размерами контактирующих тел. Примером такой задачи является сопряжение вал — втулка. Эта задача решена Штарманом [2], [3], а уточненное решение с учетом конечных размеров вала дано Перссоном [4]. В зацеплении с промежуточными телами качения также имеет место контакт негерцевского типа. Однако сопряжение происходит не со сплошным валом, а с полым роликом.

Ролик в передачах с промежуточными телами качения представляет однослойную или многослойную цилиндрическую оболочку (рис. 1, 2). Условия контакта с вогнутой поверхностью зуба составляются для его внешней поверхности. В многослойных оболочках должны быть составлены также условия контакта для сопрягаемых поверхностей слоев оболочки.

Особенностью контакта тонкостенных конструкций является возможность прерывания сплошного контакта [5]. В пределах между крайними точками зоны контакта возможно отставание внешней поверхности ролика от впадины зуба. В многослойных роликах возникают участки расслоения.

Задачу о распределении контактных давлений и напряжений решаем приближенно. Дугу между крайними точками зоны контакта в поперечном сечении оболочки разбиваем на равное число частей. Из центра сечения в точки деления проводим радиусы. При разбивке образуются секторы с центральными углами 2α . Дуги вне зоны контакта также делим на равные части и проводим в точке деления радиусы, образуя секторы с центральными углами 2β . Секторы выделяют в оболочке конечные элементы.

Для однослойной оболочки контактную нагрузку в пределах каждого конечного элемента аппроксимируем линейным законом. Уравнения совместности деформаций составляем для наружного слоя оболочки по известному изменению кривизны сечения, считая вогнутую поверхность зуба недеформируемой.

Оболочку рассчитываем как бесконечно длинную, пренебрегая краевыми эффектами. Суммарную деформацию в любой точке сечения определяем методом суперпозиции, используя решения для базовой нагрузки из двух сосредоточенных противоположных сил q , отнесенных к единице длины образующей [6].

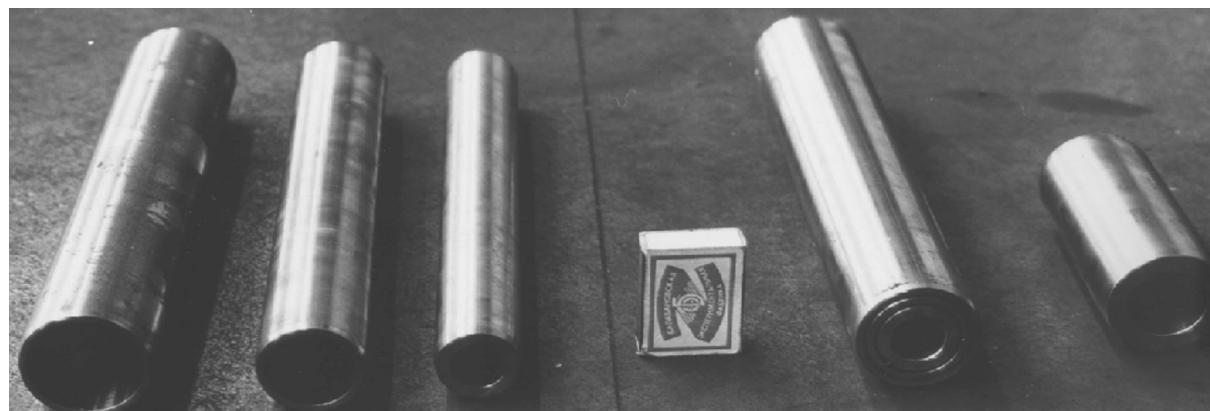


Рис. 1. Многослойные ролики редуктора рудоразмельной мельницы МШЦ 5000×6500

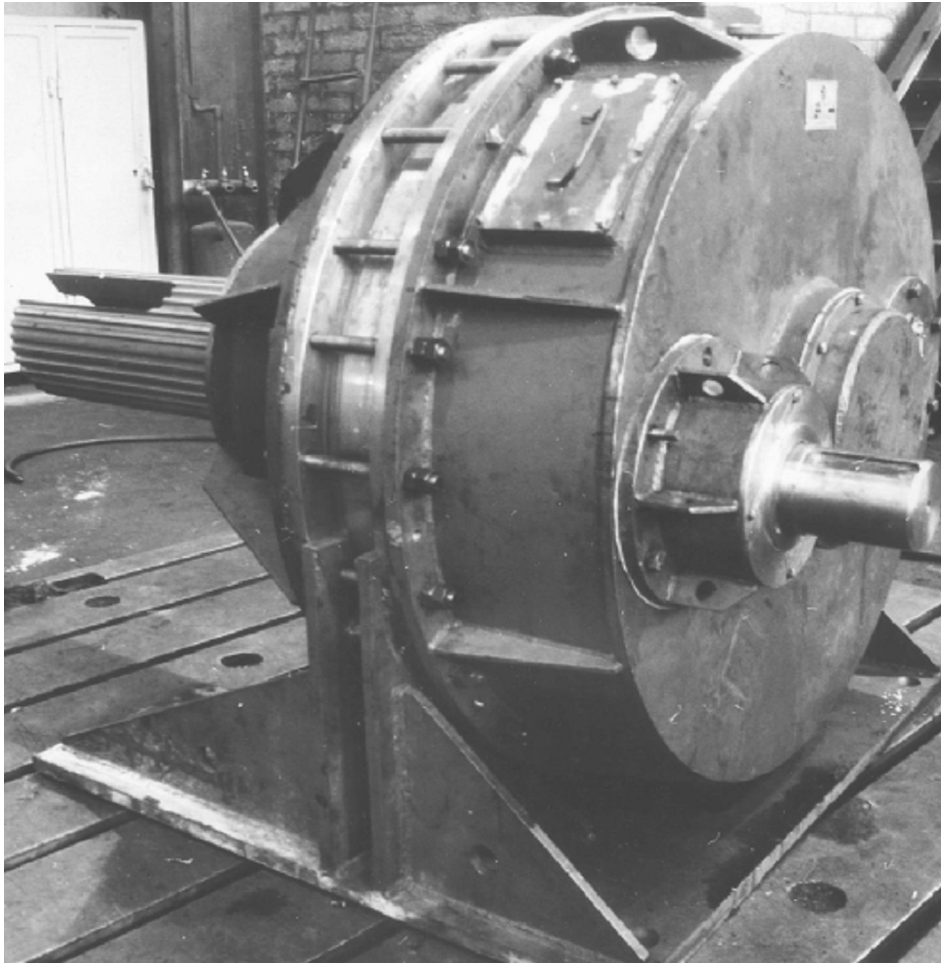


Рис. 2. Редуктор рудоразмельной мельницы МШЦ 5500×6500: масса 5351 кг; передаточное отношение 273,3; номинальный крутящий момент на выходном валу 370 КНм

Перемещения находим из решения системы дифференциальных уравнений для моментной теории цилиндрической оболочки [7], [8]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \xi^2 \left(\frac{\partial^3 w}{\partial \varphi^3} + \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} \right) &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial \varphi} - w - \xi^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} - \frac{\partial^3 v}{\partial \varphi^3} \right) &= -\frac{(1-\nu^2)a^2}{Eh} P(\varphi). \end{aligned} \right\}$$

В системе уравнений давление $P(\varphi)$ выразим через силы q , используя функцию Дирака:

$$P(\varphi) = \frac{q}{a} [\delta(\varphi) + \delta(\varphi - \pi)].$$

Разлагаем $\delta(\varphi)$ в ряды Фурье, получим

$$P(\varphi) = \frac{q}{\pi a} [1 + 2(\cos 2\varphi + \cos 4\varphi + \cos 6\varphi + \dots)].$$

Решая систему уравнений, определим радиальное перемещение $w(\varphi)$ в виде ряда Фурье. Суммируя ряд Фурье, получим решение в замкнутой форме:

$$w = \frac{(1-\nu^2) a q}{\pi E h \xi^2} \left[\frac{\pi^2}{4} \cos \varphi - 1 + \frac{\pi}{4} / \sin \varphi / - \frac{\pi}{4} / \varphi / \cos \varphi \right].$$

Изменение кривизны поверхности представим через $w(\varphi)$:

$$\chi = \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + w \right) = - \frac{(1-\nu^2) q}{\pi a E h \xi^2} \left(1 - \frac{\pi}{2} / \sin \varphi / \right), \quad (1)$$

где, $\xi^2 = \frac{h^2}{12 a^2}$.

Деформацию в сечении оболочки от действия нагрузки в пределах конечного элемента найдем, рассматривая элементарную нагрузку как сосредоточенную силу:

$$dq = R \cdot P(\varphi) d\varphi. \quad (2)$$

Зададим ориентацию сечения оболочки углом θ , отсчитанным от сечения до центра конечного элемента. В формулах для χ заменим на $d\chi$:

$$d\chi = - \frac{(1-\nu^2) R}{\pi E h \xi^2} \left(1 - \frac{\pi}{2} \sin \varphi \right) P(\varphi) d\varphi$$

Нагрузку в пределах конечного элемента аппроксимируем линейной функцией угла φ :

$$P(\varphi) = \frac{1}{2} (P_{i+1} - P_i) \frac{(\varphi - \theta)}{\alpha} + \frac{1}{2} (P_{i+1} + P_i), \quad \theta - \alpha \leq \varphi \leq \theta + \alpha.$$

Интегрируя, получим зависимость w и χ от узловых нагрузок P_i, P_{i+1} :

$$\chi_\varphi(\theta \geq \alpha) = \frac{P_i a R}{\pi D} \left[- \frac{\pi}{2\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \theta - \alpha + \frac{\pi}{2} \cos(\theta - \alpha) \right] + \\ + \frac{P_{i+1} a R}{\pi D} \left[\frac{\pi}{2\alpha} \sin \alpha \cdot \cos \theta - \alpha - \frac{\pi}{2} \cos(\theta + \alpha) \right].$$

Задаваясь углами θ , соответствующими границами между элементами, получим в качестве множителей при различных P_i коэффициенты влияния нагрузки элементов на узловые точки.

Контактную задачу решим методом коллокации. Условие контакта установим по известному изменению кривизны в зоне контакта [8]. При контакте оболочки и впадины начальное и конечное сечения оболочки являются окружностями радиусов R_1 и R_2 . Изменение кривизны равно: $\chi = R_1^{-1} - R_2^{-1}$.

Суммируя изменения кривизны в узле от всех нагрузок, получим полное изменение кривизны в виде линейной функции интенсивностей в узловых точках. Каждому узлу со-

ответствует уравнение. Полная система уравнений содержит в качестве неизвестных интенсивности давлений во всех узлах. При отсутствии адгезии материалов ролика и впадины контактные давления, найденные из системы уравнений, должны быть положительны. Отрицательные решения указывают на отставание поверхностей на отдельных участках зоны контакта.

Из полной системы уравнений исключаются уравнения, номера которых совпадают с номерами неизвестных равных нулю. Выбирая, различные сочетания нулевых давлений, получим усеченные системы уравнений, отбрасываем системы, которые приводят к отрицательным решениям. Для положительных решений на участках нулевой интенсивности выполняем проверку отсутствия контакта. Среди отобранных положительных решений, каждому из которых соответствует определенная конфигурация зоны контакта, надо выбрать конфигурацию, которая реализуется физически. При фиксированных крайних точках зоны контакта реализуется конфигурация, которой соответствует наименьшая сжимающая сила. Каждому допустимому решению отвечает сжимающая сила, которая может быть вычислена по найденным интенсивностям давлений в узлах. Для найденных последовательно допустимых решений сравниваются соответствующие им сжимающие усилия. Решение, которому соответствует большая сила, отбрасываем, путем конечного числа шагов приходим к решению, реализующему наименьшую силу. После выбора решения определяем напряженное состояние ролика.

В двухслойной оболочке выделяем нагрузки от внешнего контакта и нагрузки взаимодействия между слоями. Слои рассматриваем как самостоятельные оболочки, нагруженные в пределах каждого конечного элемента давлением постоянной интенсивности. Условие контакта внешней поверхности наружного слоя, как и в случае однослойной оболочки, устанавливаем по изменению кривизны, условие контакта между слоями из равенства радиальных перемещений.

Применим метод усреднения. Нагрузка P в пределах конечного элемента слоя вызывает в любом сечении в пределах другого конечного элемента радиальные перемещения и соответствующие им изменения кривизны, зависящие от углового расположения конечного элемента:

$$w_{i\theta} = \frac{(1 - \nu^2) P_i R a}{\pi E h \xi^2} \left[\frac{\pi}{2} (\sin \alpha - \alpha \cdot \cos \alpha) \cdot \sin \theta + \right. \\ \left. + \frac{\pi}{2} \sin \alpha (\sin \theta - \theta \cos \theta) + \frac{\pi^2}{4} \sin \alpha \cdot \cos \theta - 2 \alpha \right],$$

где угол $\theta \geq \alpha$ отсчитывается от середины конечного элемента до сечения, в котором определяется деформация. Радиальному перемещению соответствует изменение кривизны:

$$\chi_{i\theta} = \frac{P_i d^2}{\pi D} [\pi \sin \alpha \cdot \sin \theta - 2 \alpha], \quad (\theta \geq \alpha).$$

Считая, что угол θ изменяется в границах, соответствующих j -му конечному элементу, усредняем выражения для перемещения и изменения кривизны:

$$\bar{W}_{ji} = \frac{l}{(\theta_{2ij} - \theta_{1ij})} \int_{\theta_{1ij}}^{\theta_{2ij}} W_{i\theta} d\theta = \frac{P_i a^3 R}{\pi D} \left\{ \frac{\pi}{2} (3 \sin \alpha - \cos \alpha) \left(\frac{\cos \theta_{1ij} - \cos \theta_{2ij}}{\theta_{2ij} - \theta_{1ij}} \right) + \right.$$

$$+ \frac{\pi^2}{4} \sin \alpha \left(\frac{\sin \theta_{2ij} - \sin \theta_{1ij}}{\theta_{2ij} - \theta_{1ij}} \right) - \frac{\pi}{2} \sin \alpha \frac{\theta_{2ij} \sin \theta_{2ij} - \theta_{1ij} \sin \theta_{1ij}}{\theta_{2ij} - \theta_{1ij}} - 2\alpha \left. \right\}, \quad (3)$$

$$\bar{\chi}_{ji} = \frac{1}{(\theta_{2ij} - \theta_{1ij})} \int_{\theta_{1ij}}^{\theta_{2ij}} \chi_{i\theta} d\theta = \frac{P_i a^2 R}{\pi D (\theta_{2ij} - \theta_{1ij})} \cdot [\pi \sin \alpha (\cos \theta_{1ij} - \cos \theta_{2ij}) - 2\alpha (\theta_{2ij} - \theta_{1ij})]. \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) позволяют ввести коэффициенты, учитывающие влияние нагрузки i -ого элемента на перемещение и изменение кривизны j -го элемента:

$$\bar{W}_{ij} = C'_{ij} \cdot P_i,$$

$$\bar{\chi}_{ij} = C''_{ij} \cdot P_i.$$

Фиксируя j и суммируя члены выражений (1) и (2), получим полное перемещение и изменение кривизны конечного элемента от всей контактной нагрузки:

$$\bar{W}_j = \sum_{(i)} C'_{ij} \cdot P_i, \quad (5)$$

$$\bar{\chi}_j = \sum_{(i)} C''_{ij} \cdot P_i. \quad (6)$$

Выражения (5) и (6) позволяют составить условия совместности деформаций двухслойной оболочки. Для внешней поверхности ролика и вогнутой поверхности зуба они составляются в соответствии с изменением кривизны, как и для однослойной оболочки, для контакта между слоями они заключаются в равенстве радиальных перемещений:

$$\bar{W}_j^I = \bar{W}_j^{II},$$

где \bar{W}_j^I - радиальное перемещение наружного слоя, а \bar{W}_j^{II} - радиальное перемещение внутреннего слоя.

Полная система уравнений для определения контактных давлений содержит две группы уравнений, связанных с условиями контакта для вогнутой поверхности зуба и условия контакта между слоями

$$\left. \begin{aligned} \sum_{S=1}^n a_{j'S} \cdot P_S &= \frac{\pi D \cdot \Delta}{a^3 R_1}, & (j' = 1, 2, \dots, k_1); \\ \sum_{S=1}^n a_{j''S} P_S &= 0, & (j'' = k_1 + 1, k_1 + 2, \dots, n). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Коэффициенты $a_{j'S}$, $a_{j''S}$ - линейно зависят от коэффициентов влияния.

Решения системы уравнений (7) должны быть положительны. Исследуются различные подсистемы, которые получаются из основной системы, если часть контактных давлений принять равными нулю. В этом случае в основной системе опускаются строки, номера которых соответствуют нулевым давлениям.

Решения, содержащие отрицательные интенсивности нагрузки, отбрасываем. Для положительных решений проверяем условия отсутствия внешнего контакта, как и в случае однослойной оболочки. В зонах прилегания слоев проверяем отсутствие контакта на участках с нулевой нагрузкой. Критерием служит положительная разность радиальных перемещений внутреннего и наружного слоев. Отбор решений осуществляем по признаку минимума сжимающих сил.

Для каждых двух последовательно найденных решений, удовлетворяющих критерию допустимости, сравниваются сжимающие нагрузки. Из двух решений оставляем решение, приводящее к меньшей нагрузке. Окончательное решение соответствует минимальной нагрузке.

При расчете трехслойной оболочки необходимо удовлетворить условиям контакта на двух поверхностях раздела слоев, вместо одной. Для трехслойной оболочки существенно возрастает число конечных элементов слоев и число вариантов решений.

Для уточненного расчета напряженного состояния следует задаться отношением толщины слоев, которое выбираем из приближенного решения одноточечной контактной задачи и условия равнопрочности слоев.

Анализ уравнений контактной задачи показывает, что для однослойных оболочек конфигурация зоны контакта определяется величиной ее полной протяженности между крайними точками зоны контакта. При известном числе конечных элементов 2 и известной угловой протяженности конечного элемента 2α общая протяженность контактной зоны составит угол $4n\alpha$.

Полная система уравнений определения контактных давлений в однослойной оболочке:

$$\sum_{S=0}^n A_{kS} P_S = \frac{\pi D \Delta}{a^3 R_1};$$

заменой:

$$P_{S-1} = \frac{\pi D \Delta}{a^3 R_1} \chi_S;$$

приводится к виду:

$$\sum_{S=1}^{S=n+1} A_{k,S-1} \chi_{S-1} = 1.$$

Коэффициенты влияния являются функциями α . При выборе допустимых решений условие отставания трансформируется к виду:

$$\sum_{s=1}^{n+1} A_{S_r, S-1} \chi_{S-1} < 0, \quad \text{если } \chi_{S_r} = 0.$$

Поэтому конфигурация зоны контакта протяженностью $4n\alpha$ зависит только от угла α .

При фиксированном числе конечных элементов $2n$ может быть составлена таблица решений χ_i , соответствующая различным углам α и определяющая общую протяженность зон контакта. Значения χ_i позволяют для контактного угла $4n\alpha$ построить эпюры контактных давлений для оболочки в зависимости от задаваемой протяженности зоны контакта, пользуясь соотношениями:

$$P_{i-1} = \frac{\pi D \Delta}{a^3 R_1} \chi_i \quad (i = 1, 2, \dots, n+1),$$

где D — цилиндрическая жесткость оболочки, $\Delta = R_2 - R_1$, R_1 — радиус оболочки, R_2 — радиус впадины, a — радиус срединной поверхности оболочки.

Первоначальный контакт поверхности ролика с вогнутыми поверхностями зубьев сателлита и центрального колеса является линейчатый и происходит по образующим цилиндрической поверхности. Нагрузка ролика происходит в результате радиального сближения зубчатых колес. При нагрузке происходит бифуркация зон контакта на вогнутых поверхностях зубьев. На каждой вогнутой поверхности зуба образуется две локальных контактных зоны. Расстояние между краями зон контакта на поверхности зуба в угловом

измерении равно углу бифуркации 2γ , возрастающему с увеличением нагрузки. В многослойных роликах кроме бифуркации внешних зон контакта происходит расслоение.

Внешняя нагрузка определяет напряженное состояние оболочки. Для многослойных оболочек при известном соотношении толщины слоев дополнительным параметром кроме протяженности зоны контакта является величина $S = h_1 / R_1$, равная отношению толщины наружного слоя к внешнему радиусу R_1 . Задаваясь значениями протяженности внешней зоны контакта $(2n-1)\alpha$, параметром S , и решая системы уравнений, определяем конфигурацию деформированной внешней поверхности и участки контакта. В многослойных роликах определяем зоны расслоения первоначально сопряженных поверхностей.

Расчеты показывают, что контакт внешней поверхности ролика и вогнутой поверхности зуба сосредотачивается на двух небольших участках, угловое расстояние $(2-\gamma)$ между которыми увеличивается с ростом нагрузки. Из расчета могут быть определены усилия N на площадках контакта. Зона контакта расщепляется и приводится к двум участкам. Зная величину усилий и рассматривая контакт как местный, можно рассчитать протяженность местной зоны контакта исходя из формул Герца или уточнить ее, применяя методику расчета Штаермана.

При деформации многослойных роликов происходит расслоение оболочек. Расположение участков контакта слоев соответствует расположению участка контакта наружной поверхности ролика. С ростом нагрузки увеличивается угловое расстояние между контактирующими участками наружной поверхности ролика и поверхности зуба. Под действием контактной нагрузки ролик испытывает деформации изгиба и сжатия. Напряженное состояние ролика определяется через контактные усилия.

Список литературы: 1. Демидов С. П. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1979. – 432 с. 2. Штаерман И. Я. К теории Герца местных деформаций при сжатии упругих тел. – Докл. АН СССР. 1939. Т. 25, №5. С 360-362. 3. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости. М.: Гостехиздат, 1949.– 272 с. 4. Persson A. On the stress Distribution of Cylindrical Elastic Bodies in Contact. – Dissertation, Chalmers Tekniska Hogskola, Cotebory, 1964. 5. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. – 509 с. 6. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1977. – 488 с. 7. Ван Цзи Де. Прикладная теория упругости. М.: Физматгиз, 1959. – 400 с. 8. Григолюк Э. И., Толкачев В. М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. М.: Машиностроение, 1980. – 416 с.

Сдано в редакцию 21.03.06

Рекомендовано д.т.н., проф. Михайлов А.Н.

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СИНТЕЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗУБАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Финиченко В.А. (ДонНАСА, г. Макеевка, Украина)

The general(common) principle of system approach in synthesis of technological maintenance of multiparameter spatial engagements is resulted. The gear drive is esteemed as a