Висновки та перспективи подальших досліджень. Таким чином, нами визначено величину зносу спряжених деталей конічного підшипника ковзання від дії на них не лише вісьового, але й радіального навантаження, записано вираз для результуючого зусилля. Аналізуючи певні співвідношення, можна зробити висновок, що тиск на поверхні тертя підшипника розподіляється за гіперболічною залежністю. Впливаючи на геометрію конічних цапфи і вставки при заданих навантаженнях можна змінити термін служби підшипника, досягнути найбільш сприятливого співвідношення між F_a і F_r. Необхідно призначити для виготовлення деталей тертя підшипникового вузла матеріал стійкий до спрацювання, або надати поверхневим шарам цапфи і вставки підвищених зносостійких властивостей шляхом застосування методів поверхневого зміцнення. Наприклад, застосувати метод газополум'яного напилення самофлюсуючогося твердосплавного порошку на основі нікелю марки ПГ-10Н-01. Невід'ємною складовою подальших досліджень є розроблення випробувального стенду та проведення серії експериментів по визначенню спрацювання деталей спряження ваговим методом. Порівняння теоретичних і практичних результатів між собою.

Перелік літератури: **1.** Онищенко А.Г., Васильев А.В., Попов С.В. Новые машины для механизации отделочных работ в строительстве // Строительные и дорожные машины. – 2006. – №1. – С.7-9. **2.** Онищенко О.Г., Попов С.В. Регульовані конічні підшипники ковзання мобільної розчинозмішувальної установки УРЗ-3,8 // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2006. – №1. – С.45-47. **3.** Онищенко О.Г. Розчинозмішувальна установка УРЗ-04. / О.Г. Онищенко, С.В. Попов, В.У. Уст'янцев // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво) / Полтав. нац. техн. ун-т ім. Ю. Кондратюка. – Полтава: ПолтНТУ, 2005. – Вип. 15. – С.3-7. **4.** Польцер Г., Майсснер Ф. Основы трения и изнашивания / Пер. с нем. О.Н. Озерского, В.Н. Пальянова; Под ред. М.Н. Добычина – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с. **5.** Невков В. Влияние температуры на терние и износ: Материалы доклада на Всесоюзной конференции "Природа трения твердых тел". Гомель, 1969 г. **6.** Крагельский И.В. Аналитические зависимости применительно к расчету сил трения. – В кн.: О природе трения твердых тел. Т.3. Минск: Наука и техника, 1969, С.33-55. **7.** Фляйшер Г. К вопросу о количественном определении трения и износа. – В кн.: Теоретические и прикладные задачи трения, износа и смазки машин. М.: Наука, 1982, С.285-296.

Сдано в редакцию 18.04.06
Рекомендовано д.т.н., проф. Параскив Д.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕРМОМЕХАНИКИ СКОРОСТНОГО НАГРЕВА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ С УЧЕТОМ ТЕРМИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МАТЕРИАЛА

Постольник Ю.С., Кондрашева О.А., Кабаков А.М.
(ДГТУ, г. Днепродзержинск, Украина)

The reverse nonlinear task of applied thermo-mechanics on determination maximum of the possible mode of the speed heating of cylinder from the positions of thermo-strength is decided by means of the method of equivalent sources.

1. Введение. В настоящее время проблемы прикладной механики приобретают все большую активность не только для передовых отраслей техники (реактивной, газо-, турбо- ракето- и реакторостроения), но и для традиционных энергоемких производств прежде всего металлургии и машиностроения. При этом технические условия зачастую требуют интенсификации тепловых технологических или эксплуатационных режимов. Между тем чрезмерное повышение рабочих температур и сокращение продолжительности нагрева может явиться причиной трещинообразований, обусловленных недопустимо большими температурными напряжениями. Именно этим объяснима все возрастающая необходимость оптимального разрешения противоречий во взаимосвязи энергозатрат, времени термообработки, качества и термопрочности объекта.

2. Состояние вопроса. Теория оптимального управления (ТОУ) ведет свое начало с решения ряда прикладных задач, описывающихся системами обыкновенных дифференциальных уравнений, соответствующих физическим моделям с сосредоточенными параметрами. Для решения таких задач обычно применяют или принцип максимума Л.Г. Понтрягина или метод динамического программирования Р. Беллмана.

Дальнейшее развитие ТОУ связано с рассмотрением систем с распределенными параметрами. Здесь уже математическая модель (ММ) содержит дифференциальные уравнения в частных производных, которые более адекватны различным реальным физическим процессам.

В ряде работ по ТОУ тепловыми процессами (например, [1]) дана классификация задач и методов, а также обзор важнейших направлений исследований в этой области. Это направление науки включает и задачи оптимизации управления тепловыми процессами по быстродействию (ЗОУТПБ). В металлургической и машиностроительной теплотехнике на подобных задачах строится теория экономического нагрева металла [2].

Таким образом, необходимость получения решений таких задач диктуется потребностями современной техники. Но сложность решения ЗОУТП требует привлечения математического аппарата, выходящего за рамки инженерной практики. Кроме того, большинство исследований в области управления системами с распределенными параметрами предусматривает конечной целью многоступенчатое релейное управление, которому присущи известные недостатки. Это, во-первых, быстрое сближение моментов переключения, что мало приемлемо к массивным объектам, имеющим значительную тепловую инерцию. Во-вторых, релейное управление предусматривает постоянство ограничивающих параметров, которые в действительности, как правило, нестационарны.

Во Львовской термомеханической школе в 70-е годы прошлого века зародился [3, 4] оригинальный подход к решению проблемы, предусматривающей организацию скоростного нагрева по скользящему режиму, означающему последовательное ведение процесса на пределах возможностей нагревателя и прочностных возможностей тела. Этот подход был назван [5, 6] методом последовательных предельных режимов (МППР). Такая постановка ЗОУТПБ позволила получить качественно новое (двухступенчатое) управление вместо многоступенчатого (релейного).

3. Постановка ЗОУТПБ для цилиндра. В работах [3, 4] рассматривались линейные ЗОУТПБ для тел базовой формы (ТБФ; пластина, цилиндр, шар). Теплофизические характеристики материала принимались неизменными, а допускаемое напряжение $[\sigma]$ аппроксимировалось линейной функцией температуры. Между тем явления ползучести и релаксации при заметном повышении температуры приводят к резкому снижению допускаемых напряжений, что делает линейную температурную зависимость $[\sigma]$ мало приемлемой. Термическая чувствительность материала также заметно влияет на протекание процесса. Учитывая все это, предположим, что управление скоростным нагревом свободного длинного цилиндра осуществляется в условиях осесимметричного конвективного теплообмена:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\bar{\lambda}(\theta)\rho\frac{\partial\theta}{\partial\rho}\right]=\bar{C}(\theta);\ \theta(\rho,0)=\theta_0=0; \tag{1}$$

$$\bar{\lambda}(\theta)\left.\frac{\partial\theta}{\partial\rho}\right|_{\rho=1}=Bi\left[\theta_C(\tau)-\theta_{\Pi}(t)\right];\ \left.\frac{\partial\theta}{\partial\rho}\right|_{\rho=0}=0. \tag{2}$$

Требуется установить такую функцию управления (температуру нагревателя) $\theta_C(\tau)$, удовлетворяющую условию:

$$\theta_C(\tau)\le 1, \tag{3}$$

которая при ограничениях на температурные напряжения (условия термопрочности – УТП):

$$\max\left|\bar{\sigma}(\rho,\tau)\right|\le\left[\bar{\sigma}(\theta)\right], \tag{4}$$

за кратчайший отрезок времени τ_* переведет цилиндр из начального температурного состояния $\theta_0=0$ в конечное $\theta(\rho,\tau_*)=\theta_*(\rho)$ с максимальной температурой (цель нагрева):

$$\max\theta_*(\rho)=\theta_{\Pi}^*\le 1. \tag{5}$$

Здесь введены безразмерные величины:

$$\left.\begin{aligned}&\theta(\rho,\tau)=\frac{\left[T(\rho,\tau)-T_0\right]}{\Delta\bar{T}_C};\theta_C(\tau)=\frac{\left[T_C(\tau)-T_0\right]}{\Delta\bar{T}_C};\Delta\bar{T}_C=T_C^{\max}-T_0;\\&\rho=\frac{r}{R};\tau=\frac{at}{R^2};Bi=\frac{\alpha_k R}{\lambda_0};\bar{\sigma}=\frac{\sigma}{K_\sigma};K_\sigma=\frac{\alpha_T E\Delta\bar{T}_C}{1-\nu}\end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

Как показали исследования [7], из теплофизических (λ,c,γ) и механических (α_T,E,ν) характеристик материала наиболее существенное влияние оказывает переменность коэффициента теплопроводности $\lambda(T)$.

Учитывая это, а также УТП (4), примем:

$$\lambda(T)=\lambda_0+\delta_\lambda(T-T_0)=\lambda_0\cdot\bar{\lambda}(\theta);\ \bar{\lambda}(\theta)=1+\varepsilon_\lambda\theta;\ \varepsilon_\lambda=\frac{\delta_\lambda\Delta\bar{T}_C}{\lambda_0}; \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned}&\left[\sigma(T)\right]=\left[\sigma\right]_0-\delta_1(T-T_0)-\delta_2(T-T_0)^2;\\&\left[\bar{\sigma}(\theta)\right]=\left[\bar{\sigma}\right]_0-\varepsilon_1\theta-\varepsilon_2\theta^2;\varepsilon_1=\frac{\delta_1\Delta\bar{T}_C}{K_\sigma};\varepsilon_2=\frac{\delta_2\Delta\bar{T}_C^{\,2}}{K_\sigma}\end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Трехосное термонапряженное состояние осесимметрично нагреваемого цилиндра определяется известным (например, [10]) решением соответствующей задачи термоупругости:

$$\bar{\sigma}_r=\int_0^1\theta\rho d\rho-\frac{1}{\rho^2}\int_0^\rho\theta\rho d\rho;\ \bar{\sigma}_\varphi=\int_0^1\theta\rho d\rho+\frac{1}{\rho^2}\int_0^\rho\theta\rho d\rho-\theta(\rho,\tau);\ \bar{\sigma}_z=2\int_0^1\theta\rho d\rho-\theta(\rho,\tau). \tag{9}$$

Заметим, что, во-первых, сжимающие напряжения, действующие на поверхности ($\rho=1$), по модулю большие растягивающих напряжений в центре ($\rho=0$); во-вторых, для более нагретой поверхности допускаемые напряжения меньше, чем для менее нагретой центральной зоны. Поэтому ограничимся обеспечением выполнения условия термопрочности на сжатие, принимая при этом третью теорию прочности:

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma], \tag{10}$$

где при $\rho = 1$;

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_r = 0;\ \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3 = -\left[\theta_\Pi(\tau) - 2\int_0^1 \theta\rho d\rho\right]. \tag{11}$$

Подставляя (8) и (11) в (10), получаем следующее УТП:

$$(1+\varepsilon_1)\theta_\Pi(\tau) + \varepsilon_2\theta_\Pi^2(\tau) - 2\int_0^1 \theta(\rho,\tau)\rho d\rho \le [\bar{\sigma}]_0. \tag{12}$$

4. Решение ЗОУТПБ нагрева цилиндра. При решении поставленной задачи в качестве метода-организатора управления использован МППР В.М. Вигака, а в качестве метода-реализатора процесса решения – МЭИ Ю.С. Постольника (метод эквивалентных источников [5, 9]) в рамках известной [11] модели термического слоя (МТС), расчленяющей процесс теплопроводности на два этапа: инерционный ($0 \le \tau \le \tau_0$; $\beta(\tau) \le \rho \le 1$; $\beta(\tau)$ – непрогретая зона; $l(\tau) = 1 - \beta(\tau)$ – прогретый (термический) слой) и упорядоченный ($\tau_0 \le \tau \le \tau_*$; $0 \le \rho \le 1$).

Так как основной целью исследования является установление безопасного скоростного режима управления процессом, то приведем результаты, касающиеся этих вопросов.

1-ая ступень ($0 \le \tau \le \tau_1$, $\max|\bar{\sigma}| \le [\bar{\sigma}(\theta)]$). Процесс нагрева ведем в предельном режиме (3) $\theta_{C1}(\tau) = 1$ до момента τ_1, когда напряжения на поверхности $\rho = 1$ достигнут величины допускаемых. Это, как правило, происходит в инерционный период ($\tau_1 \le \tau_0$). На этом быстротечном этапе изменением $\lambda(\theta)$ пренебрегаем ($\varepsilon_\lambda = 0$).

Глубина прогрева $l(\tau_1) = l_1$ определяется алгебраическим уравнением:

$$l_1^4 + \frac{2(1-2Bi)}{Bi} l_1^3 - \frac{2}{Bi}\left[4 - 3(1+\varepsilon_1+\varepsilon_2-[\bar{\sigma}]_0)Bi\right] l_1^2 + \frac{12}{Bi}(1+\varepsilon_1 - 2[\bar{\sigma}]_0) l_1 = \frac{24[\bar{\sigma}]_0}{Bi^2} \tag{13}$$

Время τ_1 переключения на вторую ступень вычисляем по формуле [7]:

$$\tau_1 = \left[l_1^2 + 4l_1/Bi - \left(8/Bi^2\right)\ln(1+Bil_1/2)\right]/24. \tag{14}$$

2-ая ступень ($\tau_1 \le \tau \le \tau_2$). Процесс ведем (согласно МППР) в режиме предельно допустимого термонапряженного состояния (ТНС) (равенство (12)). Опуская здесь рассмотрение окончания инерционного этапа ($\tau_1 \le \tau \le \tau_0$), приведем формулы для определения управляющей функции на основной части второй ступени и времени τ_2 ее завершения:

$$\theta_{C2}(\tau) = \theta_{2\Pi}(\tau) - \frac{3[1-\varepsilon_\lambda\theta_{2\Pi}(\tau)]}{\varepsilon_\lambda Bi}\left\{1 - \sqrt{1 + 8\varepsilon_\lambda \frac{[\bar{\sigma}]_0 - \varepsilon_1\theta_{2\Pi}(\tau) - \varepsilon_2\theta_{2\Pi}^2(\tau)}{3[1-\varepsilon_\lambda\theta_{2\Pi}(\tau)]^2}}\right\}, \tag{15}$$

где ,

$$\theta_{2\Pi}(\tau) = D_\varepsilon \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\theta_{2\Pi}^0}{D_\varepsilon} \right) \exp\left[-\frac{24\varepsilon_1}{3+4\varepsilon_1} (\tau - \tau_0) \right] \right\}; \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned} & D_\varepsilon = \frac{(3+4\varepsilon_1)[\bar{\sigma}]_0}{[3+4(\varepsilon_1 - \varepsilon_\lambda)]\varepsilon_1}; \tau_0 = \left[1 + \frac{4}{Bi} - \frac{8}{Bi^2} \ln\left(1 + \frac{Bi}{2} \right) \right] / 24; \\ & \theta_{2\Pi}^0 = f_{21}(\tau_0)/2 - \varepsilon_\lambda f_{21}^2(\tau_0)/8; \\ & f_{21}(\tau_0) = \frac{(1+2\varepsilon_1) - \sqrt{8[\bar{\sigma}]_0[(2/3+\varepsilon_1)\varepsilon_\lambda - 2\varepsilon_2]}}{(2/3+\varepsilon_1)\varepsilon_\lambda - 2\varepsilon_2}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Заканчивается вторая ступень в момент $\tau = \tau_2$, который определяется условием $\theta_{C2}(\tau_2) = 1$. Например, при $\varepsilon_2 = 0$:

$$\tau_2 = \tau_0 + \frac{3+4\varepsilon_1}{24\varepsilon_1} \ln \frac{[\bar{\sigma}]_0 - \varepsilon_1 \theta_{2\Pi}^0}{[\bar{\sigma}]_0 - \varepsilon_1 \bar{\theta}_{2\Pi}}, \tag{18}$$

где $\bar{\theta}_{2\Pi} = \theta_{2\Pi}(\tau_2)$ находим из условия $\theta_{C2}(\tau_2) = 1$ (15).

3-я ступень ($\tau_2 \le \tau \le \tau_3$; $\theta_{\Pi 3}(\tau) \le \theta^*$). Если температура поверхности не достигла требуемого значения θ_Π^* (5), то назначается третья ступень, которая ведется снова на предельном режиме нагревателя $\theta_{C3} = 1$.

Согласно решению МЭИ соответствующей краевой задачи теплопроводности (1), (2) ($\theta_C = 1$) температура поверхности определяется трансцендентным уравнением:

$$\ln \frac{1 - \theta_{3\Pi}(\tau)}{1 - \theta_{3\Pi}^0} + \frac{3\varepsilon_\lambda \left[\theta_{3\Pi}(\tau) - \theta_{3\Pi}^0 \right]}{3(1+\varepsilon_\lambda) + Bi}, \tag{19}$$

где , $\theta_{3\Pi}^0 = \theta_{2\Pi}(\tau_2) = \bar{\theta}_{2\Pi}$.

Полагая в (19) $\theta_{3\Pi}(\tau_*) = \theta_\Pi^{*\prime}$, находим время $\tau_3 = \tau_*$ окончания скоростного нагрева:

$$\tau_* = \tau_2 - \frac{\varepsilon_\lambda \left(\theta_\Pi^* - \theta_{3\Pi}^0 \right)}{2Bi} + \frac{3(1+\varepsilon_\lambda) + Bi}{6Bi} \ln \frac{1 - \theta_{3\Pi}^0}{1 - \theta_\Pi^*}. \tag{20}$$

Выводы. Как известно, механика твердого деформированного тела (МТДТ) включает в себя три вполне самостоятельные науки: теорию упругости, теорию пластичности и сопротивление (механику) материалов. При этом целью первых двух является исследование напряженно-деформируемого состояния тел различной формы под влиянием наперед заданных внешних воздействий независимо от физической сути их побудителей (гравитационных, электромагнитных, акустических, тепловых и др.). Это основная (прямая) задача МТДТ.

Этими же вопросами, но на более упрощенном (инженерном) уровне занимается и сопротивление материалов. Однако главная цель этой сугубо прикладной науки – обеспечение прочности будущего объекта: по наперед заданным (допускаемым) напряжениям определить или требуемые размеры детали под известную нагрузку или предельную нагрузку, которую способна выдержать деталь заданной геометрии. Это уже обратная задача МТДТ. Теория упругости в принципе такие задачи не решает, так как состояние разрушения, исследование его причин, установление необходимых запасов прочности находятся вне зоны ее действия. И то, что сопротивление материалов иногда использует уточненные решения теории упругости, ничего не меняет в отмеченном «распределении обязанностей». Просто с развитием техники и повышением требований к точности расчетов сопротивление материалов расширяет свои методы и возможности. Уточняется и название этой инженерной науки [12, 13].

Все это в равной мере относится и к термомеханике: прямые задачи термоупругости – исследование напряженно-деформированного состояния объекта при известном его температурном состоянии. Если же в исследованиях и расчетах используется условие термопрочности – то это уже относится к обратным задачам прикладной термомеханики (ОЗПТМ). И не правомерно употреблять в этом случае термин «обратная задача теплопроводности» с неклассическим граничным условием в виде условия термопрочности [1…3].

Рассмотренная здесь частная ЗОУТПБ и является наглядным примером обратной задачи прикладной термомеханики по установлению режима температурного нагружения, обеспечивающего скоростной нагрев с соблюдением условий термопрочности.

Полученные формулы легко поддаются компьютеризации, что способствует их практическому применению.

Список литературы: **1.** Бутковский А.Г., Малый С.А., Андреев Ю.Н. Управление нагревом металла. М.: Металлургия, 1981, 439с. **2.** Малый С.А. Экономический нагрев металла. М.: Металлургия, 1961, 180с. **3.** Вигак В.М. Оптимальное управление нестационарными температурными режимами. Киев: Наук. думка, 1979, 359с. **4.** Вигак В.М. Управление температурными напряжениями и перемещениями. Киев: Наук. думка, 1988, 312с. **5.** Постольник Ю.С. Возможности МЭИ в решении ЗОУТПБ//«Обратные задачи и идентификация процессов теплообмена». Всесоюзный семинар. Москва, сентябрь 1987. М.: МАИ, 1988. С.204-205. **6.** Тимошпольский В.И., Постольник Ю.С., Андрианов Д.Н. Теоретические основы теплофизики и термомеханики в металлургии. – Мн.: Бел. навука, 2005. – 560 с. ISBN 985-08-0622-2. **7.** Постольник Ю.С. Приближенные методы исследований в термомеханике – К. – Донецк: Вищ. школа, Головн. изд-во, 1984 – 158с. **8.** Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Нелінійна прикладна термомеханіка – К.: НМЦ ВО МОНУ, 2000 – 280с. ISBN 5-7763-2753-9. **9.** Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Металургійна термомеханіка.– Дніпропетровськ: Системні технологіі, 2002. – 633 с. ISBN 966-7316-69-6. **10.** Коваленко А.Д. Основы термоупругости – К.: Наук. думка, 1970 – 307с. **11.** Лыков А.В. Методы решения нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности//Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1971. № 5. – С. 109-150. **12.** Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов. М.: Мир, 1976. 669с. **13.** Филин А.П. Прикладная механика твердого деформированного тела. В 3-х томах. М.: Физматгиз, 1975. т.1. 832с.; 1978. т.2. 616с; 1981. т.3. 480с.

Сдано в редакцию 29.05.06
Рекомендовано д.т.н. Параскив Д.