ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ СИСТЕМИ ШПИНДЕЛЬ-ПАТРОН-ДЕТАЛЬ НА ТОЧНІСТЬ ТОКАРНОЇ ОБРОБКИ

Шевченко О.В., Вакуленко С.В. *(НТУУ „КПІ”, м. Київ, Україна)*

In a paper the methodic and results of simulation of static and dynamic parameters of an elastic-system of a lathe which will consist of a spindle, chuck and detail, timbered in a chuck and the back center are performed. As a result of calculations the shape of an elastic line of system a spindle – chuck –detail, the shape and frequency of vibrations of the long shaft is defined at turning.

При токарній обробці довгих валів точність обробленої поверхні буде залежати не тільки від жорсткості формоутворюючих вузлів верстата, а також і від жорсткості самої деталі. Іноді поперечний прогин деталі набагато більше за відносні пружні деформації вузлів верстата. Тому, доцільним є визначення впливу радіальної жорсткості системи „шпиндель-патрон-деталь” на точність форми та розміру валу вздовж його осі.

Для визначення форми пружної лінії системи „шпиндель-патрон-деталь”, проведемо статичний розрахунок на жорсткість системи, що включає шпиндель на пружних опорах з приводним шківом на консолі, затискний патрон та закріплену в ньому та задньому центрі деталь. За основу даного розрахунку взято метод початкових параметрів [1,2]. Розрахункова схема системи „шпиндель-патрон-деталь” представлена на рис.1.

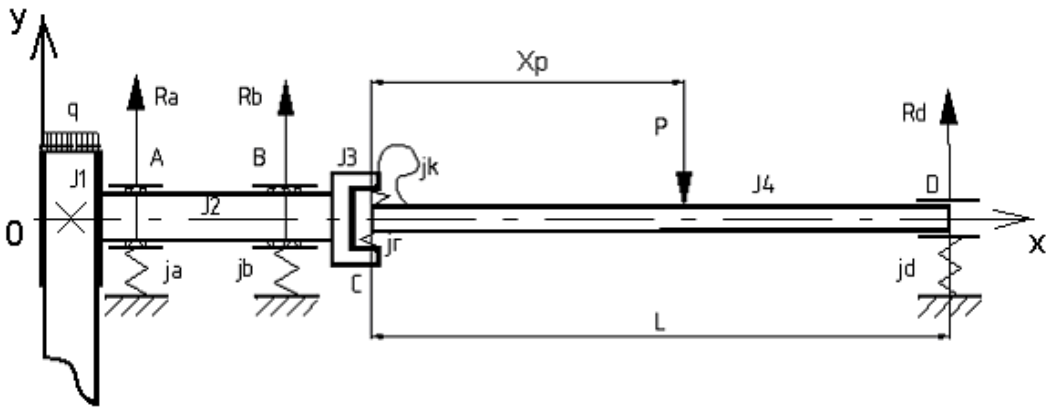


Рис.1 Розрахункова схема пружної системи „шпиндель-патрон-деталь”

На схемі позначено: J_1, J_2, J_3, J_4 - середні значення моментів інерції лівої консолі із встановленим шківом пасової передачі, тіла самого шпинделя, правої консолі із встановленим патроном та самої заготовки відповідно; j_a, j_b, j_d- радіальна жорсткість задньої та передньої опор шпинделя та заднього центру; j_r, j_k - радіальна та кутова жорсткості затискного патрону.

На систему діють розподілене навантаження q від пасової передачі та радіальна складова сили різання P, що викликають реакції в задній опорі R_A, передній опорі R_B та в задньому центрі R_D.

Розрахунок зводиться до вирішення двох задач: 1) визначення прогину шпинделя із закріпленої деталлю на абсолютно жорстких опорах (побудова пружної лінії); 2) визначення радіальних переміщень, що викликані податливістю опор.

Для розв’язання першої задачі спростимо задану розрахункову схему пружної системи до вигляду однорідної (постійного діаметру) балки на трьох опорах із шарніром в точці C, як показано на рис. 2

Балка має три невідомі опорні реакції – R_A, R_B, R_D. Наявність проміжного шарніра в точці C, що імітує наявність пружно-фрикційного шарніра затискного патрона [3], додає одне рівняння статики (1) і перетворює балку на статично визначену шарнірну:

$$\sum_{лів} Mc = -q \cdot l_1 \cdot (0{,}5 \cdot l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5) + R_A \cdot (l_3 + l_4 + l_5) + R_B \cdot (l_4 + l_5) + M_C = 0;$$
$$\sum_{пр} Mc = R_D \cdot L - P \cdot x_p - M_C = 0;\ \sum Y = -q \cdot l_1 + R_A + R_B - P + R_D = 0, \qquad (1)$$

де L- довжина оброблюваної деталі; x_p - положення точки прикладання сили різання від точки затиску деталі у патроні; l_1- довжина шківа пасової передачі; l_2- відстань від шківа до задньої опори; l_3- міжопорна відстань; l_4-відстань від передньої опори до патрону; l_5- розмір патрону; l_6- відстань між патроном та точкою прикладання сили різання P; l_7– відстань між заднім центром та точкою прикладання сили різання; M_c – момент опору поворотних зміщень осі деталі відносно осі шпинделя $M_c = j_k \cdot \alpha$, де α- взаємний кут повороту осі деталі та шпинделя.

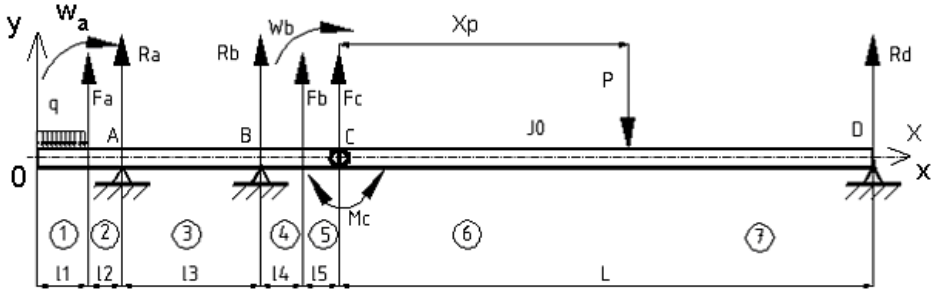


Рис.2 Спрощена розрахункова схема системи „шпиндель-патрон-деталь”

Враховуючи коефіцієнти приведення $k_1=J_0/J_1$; $k_2=J_0/J_2$; $k_3=J_0/J_3$; $k_4=J_0/J_4$, перемножимо на всіх ділянках навантаження, сили та моменти на відповідні коефіцієнти k_n, та прикладемо додаткові сили F, та моменти W в перерізах спряження, утворивши балку однакової жорсткості EJ_0 по всій довжині (2):

$$F_A = -q \cdot l_1 \cdot (k_2 - k_1); F_B = (-q \cdot l_1 + R_A + R_B) \cdot (k_3 - k_2); F_C = (-q \cdot l_1 + R_A + R_B) \cdot (k_4 - k_3);$$
$$W_A = -q \cdot l_1 \cdot 0{,}5 \cdot l_1 \cdot (k_2 - k_1); W_C = 0; \qquad (2)$$
$$W_B = (-q \cdot l_1 \cdot (0{,}5 \cdot l_1 + l_2 + l_3 + l_4) + R_A \cdot (l_3 + l_4) + R_B \cdot l_4) \cdot (k_3 - k_2).$$

Скориставшись методом початкових параметрів запишемо рівняння пружної лінії (3) для крайньої лівої ділянки балки (рис.2):

$$\omega(x) = \alpha(x - l_1 - l_2 - l_3 - l_4 - l_5) + \omega_0 + \theta_0 \cdot x + \frac{1}{E \cdot J_0} \cdot \left[-\frac{q \cdot x^4 \cdot k_1}{24} + \frac{q \cdot (x - l_1)^4 \cdot k_1}{24} + F_A \cdot \frac{(x - l_1)^3}{6} + \right.$$
$$+ W_A \cdot \frac{(x - l_1)^2}{2} + R_A \cdot \frac{(x - l_1 - l_2)^3 \cdot k_2}{6} + R_B \cdot \frac{(x - l_1 - l_2 - l_3)^3 \cdot k_2}{6} + F_B \cdot \frac{(x - l_1 - l_2 - l_3 - l_4)^3}{6} + \qquad (3)$$
$$+ W_B \cdot \frac{(x - l_1 - l_2 - l_3 - l_4)^2}{2} + F_C \cdot \frac{(x - l_1 - l_2 - l_3 - l_4 - l_5)^3}{6} - M_C \cdot \frac{(x - l_1 - l_2 - l_3 - l_4 - l_5)^2 \cdot k_3}{2}$$
$$\left. + M_C \cdot \frac{(x - l_1 - l_2 - l_3 - l_4 - l_5)^2 \cdot k_4}{2} - P \cdot \frac{(x - (l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + x_p))^3 \cdot k_4}{6} \right].$$

Початкові параметри ω_0, Θ_0 знайдемо із умов в опорах: при $x=l_1+l_2$, $\omega_0=0$ (в опорі А), при $x=l_1+l_2+l_3$, $\omega_0=0$ (в опорі В). Значення взаємного кута повороту α в шарнірі C знайдемо за умови нульового прогину в опорі D.

На наступному етапі розрахунку, враховуючи податливість опорних точок та радіальну податливість кріплення заготовки у патроні, визначимо відносне поперечне переміщення $y(x)$кожної точки системи за умови абсолютно жорсткої балки.

Для 1-ої та 2-ої ділянок $y(x)$ визначається за (4):

$$y(x) = -\frac{(\frac{(l_1+l_2)\cdot R_A}{l_3\cdot j_A} - \frac{(l_1+l_2)\cdot R_B}{l_3\cdot j_B})\cdot(l_1+l_2-x)}{l_1+l_2} - \frac{R_A}{j_A}(мм). \quad (4)$$

Для 3-ої ділянки $y(x)$ визначається за (5):

$$y(x) = -\frac{(\frac{R_B}{j_B} - \frac{R_A}{j_A})\cdot(x-l_1-l_2)}{l_3} - \frac{R_A}{j_A}(мм). \quad (5)$$

Для 4-ої та 5-ої ділянок $y(x)$ визначається за (6):

$$y(x) = -\frac{(\frac{(l_4+l_5)\cdot R_B}{l_3\cdot j_B} - \frac{(l_4+l_5)\cdot R_A}{l_3\cdot j_A})\cdot(x-l_1-l_2-l_3)}{l_4+l_5} - \frac{R_B}{j_B}(мм). \quad (6)$$

Для 6-ої та 7-ої ділянок $y(x)$ визначається за (7):

$$y(x) = -\frac{(\frac{(l_3+l_4+l_5)\cdot R_B}{l_3\cdot j_B} - \frac{(l_4+l_5)\cdot R_A}{l_3\cdot j_A} - \frac{R_D}{j_D} + \frac{R_C}{j_r}\cdot(k_3-k_4))\cdot(l_1+l_2+l_3+l_4+l_5+L-x)}{L} - \frac{R_D}{j_D}(мм) \quad (7)$$

В якості прикладу для розрахунку використано конструкцію шпиндельного вузла токарного верстата з ЧПК ПАБ-130 (рис.3), який призначений для обробки тіл обертання діаметром до d=100 мм.

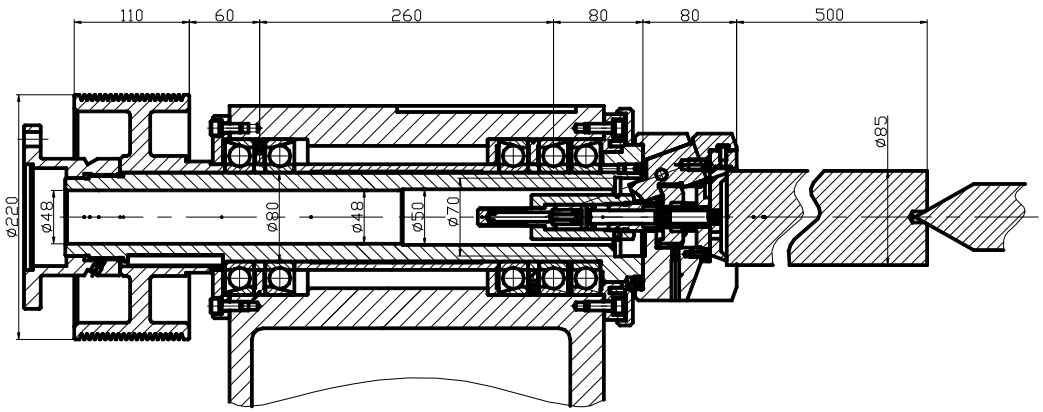


Рис. 3. Конструктивна схема шпиндельного вузла верстата мод. ПАБ-130

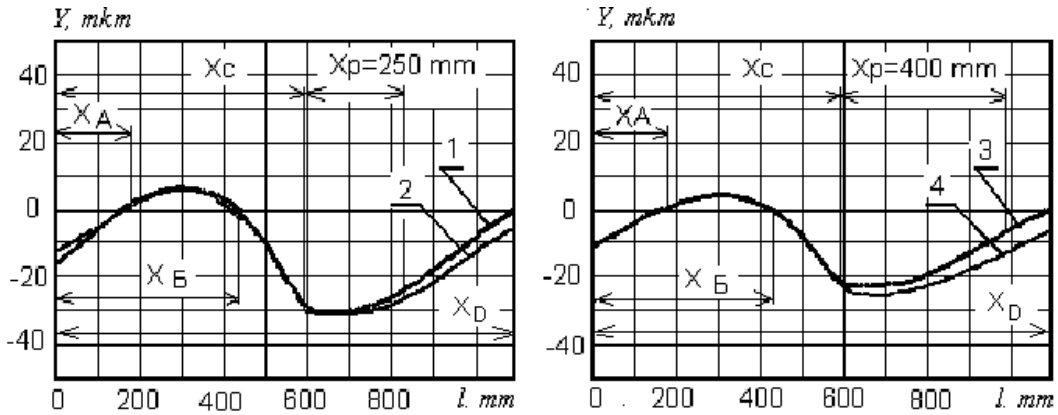
Опора А складається з дуплексу, а опора В з триплексу радіально-упорних підшипників. Жорсткість кожної опори визначено шляхом приведення її у комплексну з врахуванням компоновочної схеми шпиндельного вузла [4], а саме: j_A=5,718·10^5 Н/мм,

j_B=7,492·10^5 Н/мм. Без врахування похибок в з'єднаннях, радіальна j_r й кутова j_k контактні жорсткості кріплення шпинделя та патрону визначаються залежностями (8) [5]:

$$j_r = \frac{B}{2 \cdot \beta \cdot k \cdot (C_2 + \beta \cdot L \cdot C_1)}, j_k = \frac{B \cdot L}{2 \cdot \beta^2 \cdot k \cdot (C_4 + 2 \cdot \beta \cdot L \cdot C_3)}, \quad (8)$$

j_r = 2.8015e 10^5 Н/мм, $j_к$ = 2.5635·10^9 Н·мм/рад.

В результаті розрахунків отримано форму пружної лінії системи шпиндель-патрон-деталь верстата, що графічно зображена на рис. 4.



а) б)

Рис. 4. Графічне представлення результатів розрахунку форми пружної лінії системи шпиндель-патрон-деталь на абсолютно жорстких опорах (графіки 1 та 3) та з врахуванням податливості опор (графіки 2 та4) при x_p =250 мм (а) та x_p =400 мм (б), де x_A ,$x_Б$, x_C , $x_Б$ – координати опор А, Б, D та шарніра патрона С

Аналізу графіків рис.4 показує, що суттєвий вплив на форму пружної лінії має точка розміщення та характеристики пружно-фрикційного шарніра затискного патрона та координата дії сили різання *P*.

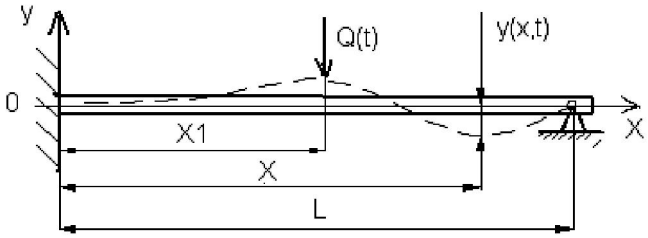


Рис. 5. Схема вимушених поперечних коливань консольно-закріпленого стрижня з розподіленою масою та шарнірною опорою на кінці консолі

Підвищення вимог до точності розмірів та форми деталей, що обробляються на верстатах, викликає необхідність забезпечення умови стійкості руху інструмента та заготовки в процесі різання, тобто зменшення рівня вібрацій вузлів верстата. Розглянемо динамічний процес обробки довгих валів на токарному верстаті. В процесі точіння під дією сили різання вал здійснює вимушені коливальні переміщення. Поперечні коливання валу, як коливання стрижня із розподіленою масою без

врахування втрат енергії, інерції при обертанні та поперечного зсуву [6], визначаються за допомогою функціональних рядів, що включають тригонометричні функції. На рис. 5 зображено розрахункову схему поперечних коливань стрижня.

Під дією збурень, які мають різноманітний вигляд, кожна точка стрижня рухається по певному закону *y(x,t),* який описує поперечні коливання стрижня. Параметри та характер поперечного коливання стрижня залежать від його геометричних, масових та пружних характеристик, від умов його закріплення та характеру збуджуючої сили. Дослідження коливань стрижня здійснимо за допомогою методу нормальних форм коливання [6]. Загальне рівняння вимушених поперечних коливань вільно опертого стрижня має вигляд (9):

$$m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + Q(t), \tag{9}$$

де $Q(t)$- зосереджена сила, *m*- розподілена маса стрижня, *E* – модуль пружності матеріалу, *J*- момент інерції перерізу стрижня. Для зручності поділимо рівняння (9) на масу одиниці довжини балки $m = \rho F$ (10):

$$\ddot{y}dx + a^2 y^{IV}dx = q(t)dx, \text{ де } a^2 = EI/m = EI/\rho F, \quad q(t) = Q(t)/m. \tag{10}$$

Розв'язок рівняння поперечних коливань (9) знаходиться у вигляді тригонометричного ряду по функціям часу φ_i та функціям Y_i (11) :

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} Y_i\varphi_i = \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(x)\cdot[A_i\cdot\cos(p_i t) + B_i\cdot\sin(p_i t)], \tag{11}$$

де $Y_i(x)$- нормальна функція, яка визначає *i*-ту форму коливань; p_i- *i*-та частота коливань; A_i і B_i- постійні інтегрування які залежать від умов обпирання стрижня (крайові умови) та виду збурення, яке на нього діє (початкові умови). Підставимо вираз (11) в рівняння руху (9) і отримаємо вираз (12):

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left(\ddot{\varphi}_i Y_i + a^2\varphi_i Y_i^{IV}\right)dx = q(t)dx. \tag{12}$$

Помноживши (12) на нормальну функцію Y_j та інтегруючи по довжині стрижня, приходимо до наступної рівності (13):

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left(\ddot{\varphi}_i\int_0^l Y_i Y_j dx + a^2\varphi_i\int_0^l Y_i^{IV} Y_j dx\right) = \int_0^l Y_j q(t)dx. \tag{13}$$

Використовуючи властивості ортогональності нормальної функції $Y_i(x)$, що відповідають *i*–й та *j*-й формам коливань, а саме:

$$\int_0^l Y_i Y_j dx = 0 \text{ при } i \neq j;\ \int_0^l Y_i^{IV} Y_j dx = 0 \text{ при } i \neq j;\ \int_0^l Y_i^2 dx = \alpha_i \text{ при } i = j;$$

$$\int_0^l Y_i^{IV} Y_i dx = \int_0^l (Y_i'')^2 dx = \lambda_i\alpha_i = k_i^4\alpha_i = \left(\frac{p_i}{a}\right)^2\alpha_i, \text{ при } i = j, \qquad \alpha_i = 1 \tag{14}$$

отримаємо:

$$\ddot{\varphi}_i + p_i^2 \varphi_i = \int_0^l Y_i q(t) dx, \; i=1, 2, 3, \ldots, \infty. \tag{15}$$

Відношення (15) являє собою рівняння руху в нормальних координатах, де у правій частині інтеграл є навантаженням, що відповідає *i*-й формі коливань.

Динамічна поведінка, що відповідає *i*-й формі коливань, описується за допомогою інтеграла Дюамеля (16):

$$\varphi_i = \frac{1}{p_i} \int_0^l Y_i \int_0^t q(t') \sin p_i (t - t') dt' dx \; . \tag{16}$$

Інтегрування функція Y_i по довжині не потребує, оскільки навантаження $Q(t)$ є зосередженим та прикладається в точці x_1 (рис.5). Підставимо (16) у вираз (11) та отримаємо сумарне динамічне переміщення у вигляді:

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_i Y_{i1}}{p_i} \int_0^t q(t') \sin p_i (t - t') dt' \; , \tag{17}$$

де Y_{i1} – нормальна функція Y_i, що відповідає умові прикладання одиничного навантаження $q_1(t) = Q(t)/m$ в точці x_1. Рівняння (17) можна використовувати для усіх випадків прикладання зосередженого зусилля та закріплення кінців стрижня. Для знаходження значення нормальної функції $Y_i(x)$ підставимо (11) у диференційне рівняння (9) і після скорочення отримаємо звичайне диференційне рівняння (18):

$$\frac{d^4 Y_i(x)}{dx^4} - \lambda_i^4 Y_i(x) = 0 \; . \tag{18}$$

Розв'язок цього рівняння представимо у вигляді лінійної комбінації тригонометричних та гіперболічних функцій (19):

$$Y_i(x) = A_i \sin(k_i x) + B_i \cos(k_i x) + C_i sh(k_i x) + D_i ch(k_i x) \tag{19}$$

де константи A_i, B_i, C_i, D_i визначаються з умов закріплення стрижня. Для консольно-закріпленого стрижня з шарнірною опорою на кінці нормальна функція $Y_i(x)$ повинна задовольняти наступним граничним умовам:

$$\text{при } x = 0 \quad Y_i(0) = Y_i'(0) = 0 \text{ ; при } x = L \quad Y_i(L) = Y_i''(L) = 0 \tag{20}.$$

Підставивши в граничні умови (20) у загальне рішення (19), отримаємо систему рівнянь(21):

$$\begin{cases} 0 + B_i + 0 + D_i = 0; \\ A_i - 0 + C_i + 0 = 0; \\ A_i \sin(k_i L) + B_i \cos(k_i L) + C_i sh(k_i L) + D_i ch(k_i L) = 0; \\ - A_i \sin(k_i L) - B_i \cos(k_i L) + C_i sh(k_i L) + D_i ch(k_i L) = 0. \end{cases} \tag{21}$$

Рішенням цієї системи є частотне рівняння (22):

$$tg(k_i L) = th(k_i L), \tag{22}$$

корні якого дорівнюють: $k_i \approx \frac{(i+0.25)\pi}{L}$, *i= 1, 2, 3, ..., n.* Відповідно, власні частоти коливань консольного стрижня з шарнірною опорою на кінці визначаються за (23):

$$p_i = ak_i^2 = \frac{(i+0.25)^2\pi^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}\,. \tag{23}$$

З системи рівнянь (21) знаходимо співвідношення між коефіцієнтами $A_i = -B_i = D_i = -C_i$, та підставивши їх у загальний розв'язок (19), отримаємо (24):

$$Y_i(x) = A_i\left(\sin\frac{x\pi(i+0.25)}{L} - \cos\frac{x\pi(i+0.25)}{L} - sh\frac{x\pi(i+0.25)}{L} + ch\frac{x\pi(i+0.25)}{L}\right). \tag{24}$$

Для того щоб задовольнити умовам нормування, треба припустити, що $A_i = 1/l$. В якості прикладу розглянемо випадок, коли зосереджене навантаження змінюється з часом за гармонічним законом $Q(t)=Q\cdot sin\omega t$, та прикладене в точці $x=x_1$.

Динамічне переміщення стрижня має вигляд:

$$y(x,t) = \frac{2QL^3}{m\pi^4 a^2}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{(i+0.25)^4}Y(x)Y(x_1)\left(\sin\omega t - \frac{\omega\sin(p_i t)}{p_i}\right)\left(\frac{1}{1-\omega^2/p_i^2}\right). \tag{25}$$

Перший доданок виразу (25) характеризує усталені вимушені коливання стрижня, другий неусталені вільні коливання. При наявності демпфірування неусталені вільні коливання будуть затухати, тому більший практичний інтерес має перший доданок. Якщо динамічне навантаження Q змінюється дуже повільно, тобто його кругова частота $\omega \to 0$, можна записати рішення (25) для статичного прогину балки:

$$y(x,t) = \frac{2QL^3}{m\pi^4 a^2}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{(i+0.25)^4}Y(x)Y(x_1)\sin\omega t\,. \tag{26}$$

Порівнюючи вирази (25) та (26) можна побачити, що відношення динамічного прогину до статичного дорівнює $\left(1-\omega^2/p_i^2\right)^{-1}$. На рис. 6 наведено приклад розрахунку коливань балки довжиною L=1 м та діаметром 50 мм., по середині якої прикладена зосереджена динамічна сила Q. Із рис. 6 видно, що при частоті динамічного навантаження, що дорівнює одній четвертій частоти власних коливань, динамічний прогин буде на 6% більший за статичний.

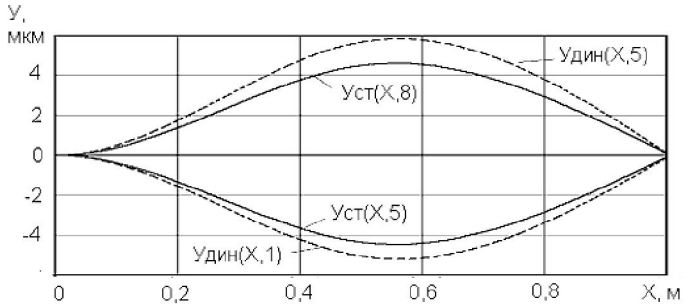


Рис. 6. Коливання стрижня (рис. 5) при круговій частоті динамічного навантаження на нього $\omega = 0.25p_1$, де $y_{ст}(x,t)$ та $y_{дин}(x,t)$ - статичний та динамічний прогин стрижня

Подібний підхід може бути використаним при дослідженні токарної обробки довгих валів і з іншими кінцевими умовами: на пружних опорах та за наявності шарнірної опори. Наведена математична модель у вигляді функціонального ряду дозволяє виконати оцінку незатухаючих поперечних коливань довгого валу, дає можливість оцінити наявність високочастотних резонансних областей динамічної системи. Використовуючи ці моделі можна також виконати наближений аналіз коливальних процесів з дисипацією енергії.

Список літератури: 1. Металлорежущие станки и автоматы: Учебник для машиностроительных втузов/Под.ред. А.С. Проникова. - М. : Машиностроение, 1981. – 479 с. **2.** Сопротивление материалов / Под. ред. акад. Г.С. Писаренко. – Киев: Вища школа, 1983. – 672 с. **3.** Кузнецов Ю.Н. Синтез зажимных механизмов прутковых автоматов: Дис. ... докт.техн.наук:-Киев,1983.-293с. **4.** Детали и механизмы металлорежущих станков/ Под ред. Д.Н. Решетова: в 2 т.– М. : Машиностроение, 1972. **5.** Пуш В. Э. Конструирование металлорежущих станков.-М. : Машиностроение, 1977. **6.** Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле: Пер. с англ. Л.Г. Корнейчука. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.

Сдано в редакцию 06.05.05
Рекомендовано д.т.н., проф. Суслов А.Г.

ВЫСОКОЭФФЕКТИВНОЕ ШЛИФОВАНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ АЛМАЗНО-АБРАЗИВНЫМИ КРУГАМИ-БАРАБАНАМИ

Шепелев А.А., Сороченко В.Г. *(ИСМ НАНУ, г.Киев, Украина)*

On the basis of conducted researches on machinability of composite materials the conditions of high efficient diamond grinding carbon-, organic- and glass-fiber materials as well as honeycomb fillers are determined. This included determining optimal characteristics of diamond drum wheels and geometrical parameters of their surface as well as determining efficient cutting modes that provide for maximum capacity and life time of the tool and high quality of processed surface.

в последние десятилетия в различных областях промышленности и техники и, прежде всего в таких ответственных, как самолето- и ракетостроение, космонавтика, судостроение, все шире используются высокопрочные и высокомодульные полимерные