

многослойной конструкции роликов.

Список литературы: 1. Ван Цзи Де. Прикладная теория упругости. М.: Физматгиз, 1959. – 400 с. 2. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. Л.: Судостроение, 1962.- 431 с.

Сдано в редакцию 29.04.05
Рекомендовано д.т.н., проф. Бухач А.

СТІЙКІСТЬ ОБОЛОНОК НУЛЬОВОЇ ГАУСОВОЇ КРИВИЗНИ ІЗ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ

Трач В.М. (НУВГП, м. Рівне, Україна)

The stability problem for the cylindrical shells made of laminated composite at the noncoincidence of directions layers reinforcement with axes of coordinates of a median surface is solved. Each layer of the composite is modelled by an anisotropic material with one plane of symmetry. The resolving function of the mixed variant of the shells theory are approximated by trigonometric serieses satisfying to boundary conditions. The stability of shells is researched at an axial compression, external pressure and torsion. The comparison with calculation dates obtained within the framework of model of an orthotropic body is carried out. The essential error of the buckling loads is shown in the case of using of this model for some structures of composites.

При намотуванні циліндричних оболонок просочені в'язучим армуючі волокна укладаються пошарово з відповідною орієнтацією в кожному шарі по відношенню до осей координат x , y , що співпадають з лініями головних кривизн координатної поверхні. Так створюється структура, що забезпечує необхідні параметри несучої здатності конструкцій при експлуатаційних навантаженнях.

Зв'язок принципів армування та стійкості оболонок із композитів розглядувались багатьма авторами при пружному [1, 5] і пружно-пластичному деформуванні [6]. У більшості зазначених робіт в розрахунковій моделі композита надавались властивості ортотропії. Ця властивість механічних характеристик моделі матеріалу достатньо добре узгоджується з реальними показниками композиту при поздовжньо-поперечному укладанні однонапрямлених шарів і дещо гірше – при багатошаровому симетричному намотуванні та незадовільно при однозаходному намотуванні. Очевидно, що така модель не може описувати характер деформування шаруватого композиту в оболонці при квазіізотропному укладанні шарів [10].

З наукової літератури відомі спроби використати в розрахунковій моделі оболонки з композиту з однією площиною пружної симетрії [2, 3]. Однак наближений характер постановки задачі стійкості негативно вплинув на достовірність отриманих результатів. Деякі з них були усунуті в роботі [9]. В [10] запропонована чисельна методика розрахунку на стійкість оболонок обертання із композитів з однією площиною пружної симетрії.

В цій роботі викладено аналітичний розв'язок задачі стійкості анізотропних циліндричних оболонок, який надає можливість проведення параметричних досліджень і аналізу взаємозв'язків між механічними властивостями армованих матеріалів з одноплосинною симетрією та особливостями втрати стійкості.

1. Розглядаються тонкі та достатньо жорсткі шаруваті оболонки поверхня приведення яких є поверхнею обертання. Тонкостінні конструкції віднесені до ортогональної системи координат. Матеріал, з якого виготовлена оболонка, передбачається анізотропним з однією площиною пружної симетрії. На поверхнях контакту шарів виконуються умови, що забезпечують їх спільну роботу без відриву та проковзування. Якщо в N-шаровому пакеті відсутня будь-яка симетрія за товщиною оболонки, то співвідношення пружності за [11] наступні:

$$\begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ S \\ M_{11} \\ M_{22} \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} & k_{11} & k_{12} & k_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & k_{12} & k_{22} & k_{26} \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & k_{16} & k_{26} & k_{66} \\ k_{11} & k_{12} & k_{16} & C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ k_{12} & k_{22} & k_{26} & C_{12} & C_{22} & C_{26} \\ k_{16} & k_{26} & k_{66} & C_{16} & C_{26} & C_{66} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ k_{11} \\ k_{22} \\ k_{22} \end{bmatrix}, \quad (1.1)$$

$$\text{де } C_{ij} = \sum_{k=1}^N C_{ij}^k, \quad k_{ij} = \sum_{k=1}^N C_{ij}^k z_k, \quad D_{ij}^k = \sum_{k=1}^N (D_{ij}^k + C_{ij}^k z_k^2), \quad (1.2)$$

z_k – координата серединної поверхні k-го шару; жорсткості k-го шару $C_{ij}^k = B_{ij}' t_k$, $D_{ij}^k = \frac{1}{12} C_{ij}' t_k^2$, t_k – його товщина. Коефіцієнти пружності B_{ij}' шару в системі координат x, y, z відносно якої осі ортотропії армованого шару повернуті навколо осі z на деякий кут φ , можливо знайти через вихідні значення B_{ij} за допомогою виразів:

$$\begin{bmatrix} B_{11}' \\ B_{22}' \\ B_{12}' \\ B_{66}' \\ 2B_{16}' \\ 2B_{26}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & 0 & u_3 & 0 \\ u_1 & -u_2 & 0 & u_3 & 0 \\ u_1 & 0 & 0 & -u_3 & 0 \\ u_5 & 0 & 0 & 0 & -2u_3 \\ 0 & 0 & -u_2 & 0 & 2u_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 4\theta \end{bmatrix}. \quad (1.3)$$

Тут

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{8}(3B_{11} + 3B_{22} + 2B_{12} + 4B_{66}), \quad u_2 = \frac{1}{2}(B_{11} - B_{22}), \\ u_3 &= \frac{1}{8}(B_{11} + B_{22} - 2B_{12} + 4B_{66}), \quad u_4 = \frac{1}{8}(B_{11} + B_{22} + 6B_{12} - 4B_{66}), \\ u_5 &= \frac{1}{8}(B_{11} + B_{22} - 2B_{12} + 4B_{66}), \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$B_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad B_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad B_{12} = \nu_1 B_{22} = \nu_2 B_{11}, \quad B_{66} = G_{12}.$$

Система координат x, y, z права, при цьому вісь z напрямлена вздовж додатньої нормалі до поверхні. Прийmemo, що докритичний напружено-деформований стан оболонки є безмоментним. Ця пропозиція для розрахунку на стійкість циліндричних оболонок середньої довжини з композитів [5, 11] є прийнятною при зовнішньому тиску. При цьому рівняння стійкості оболонок із анізотропних матеріалів з однією площиною пружної симетрії такі [11]

$$L = (A_{jk})F + L_3(d_{jk})W + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0, \quad (1.5)$$

$$L_1(D_{jk} - D_{jn}^0)W - L_3(d_{jk})F - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + N_{11}^0 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + 2N_{12}^0 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + N_{22}^0 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0,$$

де для лінійних операторів маємо

$$L_1(D_{jk} - D_{jn}^0) = (D_{11} - D_{11}^0) \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66} - D_{12}^0 - 2D_{66}^0) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} +$$

$$(D_{22} - D_{22}^0) \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 4(D_{16} - D_{16}^0) \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + 4(D_{26} - D_{26}^0) \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3},$$

$$L_2(A_{jk}) = A_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (2A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + A_{11} \frac{\partial^4}{\partial y^4} - 2A_{26} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} - 2A_{16} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3},$$

$$L_3(d_{jk}) = d_{21} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (d_{11} + d_{22} - 2d_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} +$$

$$+ d_{12} \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2(d_{26} - d_{61}) \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + (2d_{16} - d_{62}) \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3}.$$

Коефіцієнти для доданків рівнянь (1.5) отримані в [11].

В (1.5) докритичний стан визначається зусиллями N_{11}^0 - меридіональним; N_{22}^0 - окружним; N_{12}^0 - зсувним. Згідно з (1.1) в оболонці із матеріалу з однією площиною пружної симетрії виникнуть зусилля зсуву і у випадку сприйняття оболонкою рівномірно розподіленого зовнішнього тиску.

При цьому

$$N_{12}^0 = -qR(C_{16}C_{12} - C_{26}C_{11}) / (C_{11}C_{22} - C_{12}^2). \quad (1.6)$$

Рівняння (1.5) надамо в безрозмірному вигляді, вводячі координати $\xi = \frac{x}{R}$, $\varphi = \frac{y}{R}$, безрозмірні параметри $\gamma_{ij} = \frac{D_{ij}}{C_{11}tR}$, $\omega_{ij} = \frac{d_{ij}}{t}$, $z_{ij} = A_{ij}C_{11}$, $h = \frac{t}{R}$, а також функції $w = \frac{W}{t}$, $f = \frac{F}{C_{11}tR}$.

Розкладемо розв'язувальні функції в тригонометричні ряди

$$\begin{aligned} w &= \sum_m (C_{mn} \cos n\varphi + C'_{mn} \sin n\varphi) \sin l_m \xi, \\ f &= \sum_m (B_{mn} \cos n\varphi + B'_{mn} \sin n\varphi) \sin l_m \xi, \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$l_m = \frac{m\pi R}{L}.$$

Ці ряди точно задовільняють граничним умовам

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0. \quad (1.8)$$

Скориставшись методом Бубнова-Гальоркіна, здобудемо систему однорідних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів C_{mn} , C'_{mn} , B_{mn} , B'_{mn} :

$$\begin{aligned} L_{11}^{p,n} C_p - L_{31}^{p,n} B_p + \frac{1}{h} l_p^2 B_p - \sum_m L_{12}^{m,n} \varphi(p, m) C'_m - \sum_m L_{32}^{m,n} \varphi(p, m) B'_m - \\ - \lambda(a_t l_p^2 + a_q n^2) C_p + 2\lambda a_s n \sum_m l_m \varphi(l, m) l'_m = 0, \\ L_{11}^{p,n} C'_p - L_{31}^{p,n} B'_p + \frac{1}{h} l_p^2 B'_p + \sum_m L_{12}^{m,n} \varphi(p, m) C_m + \sum_m L_{32}^{m,n} \varphi(p, m) B_m - \\ - \lambda(a_t l_p^2 + a_q n^2) C'_p - 2\lambda a_s n \sum_m l_m \varphi(l, m) l_m = 0, \\ L_{21}^{p,n} B_p + h L_{31}^{p,n} C_p - l_p^2 C_p - \sum_m L_{22}^{m,n} \varphi(p, m) B'_m - h \sum_m L_{32}^{m,n} \varphi(p, m) C'_m = 0, \\ L_{21}^{p,n} B'_p + h L_{31}^{p,n} C'_p - l_p^2 C'_p - \sum_m L_{22}^{m,n} \varphi(p, m) B_m + h \sum_m L_{32}^{m,n} \varphi(p, m) C_m = 0. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Тут введені позначення коефіцієнтів $L_{ij}^{m,n}$, ($i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2$)

$$L_{11}^{m,n} = (\gamma_{11} - \gamma_{11}^0) l_m^4 + 2(\gamma_{12} - \gamma_{12}^0) l_m^2 n^2 + (\gamma_{22} - \gamma_{22}^0) n^4,$$

$$\begin{aligned}
L_{12}^{m,n} &= 4(\gamma_{16} - \gamma_{16}^0)l_m^3 n + 4(\gamma_{26} - \gamma_{26}^0)l_m n^3, \\
L_{31}^{m,n} &= \omega_{21}l_m^4 + (\omega_{12} + \omega_{22} - 2\omega_{16}^0)l_m^2 n^2 + \omega_{22}n^4, \\
L_{32}^{m,n} &= \omega_{26}l_m^3 n + \omega_{16}l_m n^3, \\
L_{21}^{m,n} &= z_{21}l_m^4 + (2z_{12} + z_{66})l_m^2 n^2 + z_{11}n^4, \\
L_{22}^{m,n} &= 2z_{16}l_m^3 n + 2z_{26}l_m n^3.
\end{aligned} \tag{1.10}$$

Прийmemo, що навантаження оболонки пропорційне параметру λ , а коефіцієнтами a_t, a_q, a_s визначаються співвідношення між діючими докритичними стискаючими осьовими - $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \varphi^2}$, окружними - $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \xi^2}$ і зсувними - $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \varphi \partial \xi}$ зусиллями. Для цієї задачі $a_t=0, a_q=1, a_s = (C_{16}C_{12} - C_{26}C_{11})/(C_{11}C_{22} - C_{12}^2)$. Функція $\varphi(n, m)$ визначається за виразом:

$$\varphi(p, m) = \begin{cases} 0, & p + m - \text{парне} \\ \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{p-m} + \frac{1}{p+m} \right), & p + m - \text{непарне число.} \end{cases} \tag{1.11}$$

Введемо такі позначення. Нехай B, B', C, C' - вектор-стовпчики, компонентами яких є коефіцієнти B_m, B'_m, C_m, C'_m . Матриці M_{ij}, P_{ij}, N_{ij} визначаються формулами

$$\begin{aligned}
M_{12}(p, m) &= \left[\frac{L_{22}^{m,n} \varphi(p, m)}{L_{21}^{p,n}} \right], & M_{13}(p, m) &= \left[\frac{L_{32}^{m,n} \varphi(p, m)}{L_{21}^{p,n}} \right], \\
M_{14}(p, m) &= \left[\frac{(l_p^2 - hL_{31}^{p,n})}{L_{21}^{p,n} E} \right],
\end{aligned} \tag{1.12}$$

$$P_{11} = [L_{11}^{p,n} E], \quad P_{12} = \left[\left(\frac{1}{h} l_p^2 - L_{31}^{p,n} \right) E \right], \quad P_{13} = [L_{12}^{m,n} \varphi(p, m)],$$

$$P_{14} = [L_{32}^{m,n} \varphi(p, m) E], \quad N_{11} = [(a_t l_p^2 + a_q n^2) E], \quad N_{13} = 2a_s n [l_m \varphi(p, m)],$$

де E – одинична матриця.
Систему рівнянь (1.9) запишемо у вигляді

$$\begin{aligned}
P_{11}C + P_{12}B - P_{13}C' - P_{14}B' - \lambda(N_{11}C + N_{13}C') &= 0, \\
P_{13}C + P_{14}B + P_{11}C' + P_{12}B' + \lambda(N_{13}C - N_{11}C') &= 0, \\
B &= M_{12}B' + M_{13}C' + M_{14}C, \\
B' &= -M_{12}B - M_{13}C + M_{14}C'.
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Виключимо із перших двох рівнянь системи (1.13) вектори B і B' тоді отримаємо

$$\begin{aligned}
(P_{11} + P_{12}\alpha + P_{14}\beta)C - (P_{13} + P_{14}\alpha - P_{12}\beta)C' - \lambda(N_{11}C + N_{13}C') &= 0, \\
(P_{13} + P_{14}\alpha - P_{12}\beta)C - (P_{11} + P_{12}\alpha + P_{14}\beta)C' - \\
- \lambda(-N_{13}C + N_{11}C') &= 0,
\end{aligned} \tag{1.14}$$

Де α, β - матриці наступного вигляду:

$$\begin{aligned}
\alpha &= (E + M_{12}^2)^{-1}(M_{14} - M_{12}M_{13}), \\
\beta &= (E + M_{12}^2)^{-1}(M_{13} - M_{12}M_{14}).
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Для ортотропних оболонок система (1.14) спрощується, так як $\alpha = \beta = P_{13} = 0$. З урахуванням цього маємо

$$\begin{aligned}
P_{11}C - \lambda(N_{11}C + N_{13}C') &= 0; \\
P_{11}C' + \lambda(-N_{13}C + N_{11}C') &= 0.
\end{aligned} \tag{1.16}$$

У випадку композитів з однією площиною пружної симетрії із (1.14) можливо отримати матричне рівняння, яке буде містити λ у першому ступені. Це означає, що оболонка із таких матеріалів матимуть різні критичні навантаження в залежності від напрямку прикладання крутного моменту [9].

2. Використаємо викладену методику до розрахунку на стійкість циліндричних оболонок з різними схемами армування при дії зовнішнього тиску. Графіки описують зміну відношення критичного зусилля при заданому куті φ до зусилля при $\varphi = 0$. Для оболонок в яких шари з напрямком φ укладаються на шари в напрямку $-\varphi$, приведені на рис.1.

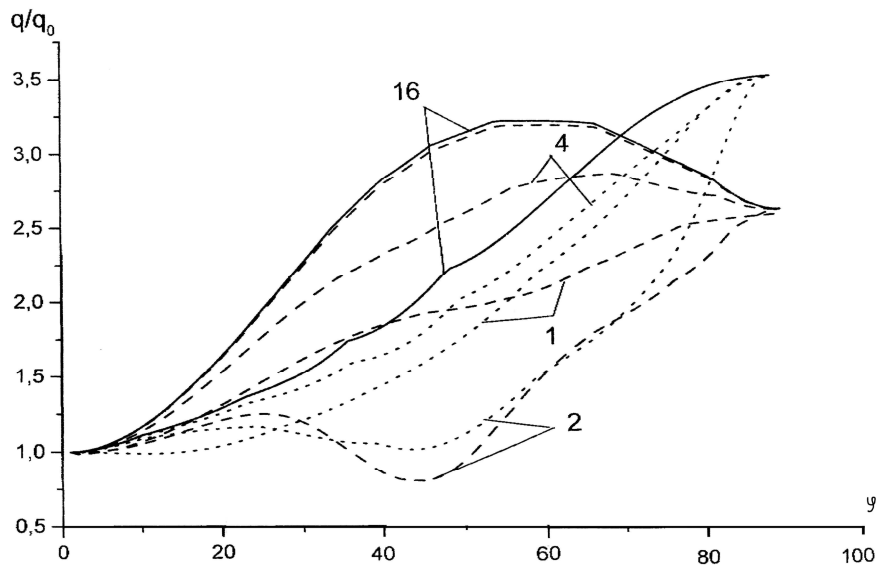


Рис. 1. Зовнішній тиск. Залежність критичного тиску від напрямків армування, кількості шарів і довжини оболонки

Тут подані результати дослідження стійкості оболонок з боропластика [4] з $R/t = 100$ та $L/R = 2$. Цифри біля кривих дорівнюють числу шарів, що укладаються під кутом $\pm \varphi$. Суцільна крива на рис.1 описує зміну відношення критичного тиску $q(\varphi)$ до його значення при $\varphi = 0$ в залежності від кута φ . Вона здобута в рамках моделі ортотропного матеріалу. При однозаходному намотуванні (крива (1)) і симетричній з двома шарами (крива (2)) розрахунок критичних навантажень при урахуванні більш низького порядку симетрії композиту вказує на суттєву похибку зазначеної вище моделі. Цікава особливість при цьому полягає в тому, що найгіршим варіантом є симетричне двохшарове армування. Це співпадає з результатами наведеними в [9, 10]. В роботах [1, 8] симетричне намотування при малій кількості шарів розглядалось без урахування відхилень в симетрії матеріалу. Як видно, цей підхід можливо використати лише при великій кількості шарів. При чотирьох шарах (крива (4)) все ще можлива суттєва похибка розрахункових критичних навантажень при використанні моделі ортотропного тіла. На цьому ж рисунку приведені штрихові криві під тими ж номерами, що описують характер зміни критичних навантажень для оболонок з відповідною цим номерам шаруватістю, але при $L/R = 0.5$. Як видно, для коротких оболонок ступінь впливу зазначених вище факторів збільшується. Однак при $N=16$ як для оболонки з $L/R = 2$, так і з $L/R = 0.5$ має місце практично повне співпадання результатів, отриманих згідно порівняних розрахункових моделей.

Таким чином, наведена розрахункова методика дозволяє досліджувати характер і ступінь впливу на стійкість оболонок відхилень механічних властивостей композитів від моделі ортотропного матеріалу, що може бути використано при проектуванні конструкцій з заданими параметрами несучої здатності.

Список літератури: 1. Рикардс Р.Б., Тетерс Г.А. Устойчивость оболочек из композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1974, – 310с. 2. Королев В.И. Слоистые

анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс. – М.:Машиностроение, 1965, – 271с. 3. Микишева В.И. Оптимальная намотка оболочек из стеклопластика работающих на устойчивость под внешним давлением или осевым сжатием. //Механика полимеров. – 1968. – №5. – с.864–875. 4. Ванин Г.А., Семенюк Н.П. Устойчивость оболочек из композиционных материалов с несовершенствами. – К.:Наукова думка, 1987, – 200 с. 5. Нарусберг В.Л., Тетерс Г.А. Устойчивость и оптимизация оболочек из композитов.– Рига: Зинатне, 1988, – 297с. 6. Немировский Ю.В. Об устойчивости армированных оболочек и пластин за пределом упругости. Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела, 1970, №2, 67–74 – РЖМех, 1970, 11В400. 7. Бабич И.Ю., Борисейко А.В., Семенюк Н.П. Устойчивость цилиндрических и конических оболочек из упругопластических материалов // В кн. Механика композитов: В 12 т. / Под общей ред. А.Н. Гузя; Т. 10. Устойчивость элементов конструкций / А.Н. Гузь, И.Ю. Бабич, Д.В. Бабич и др. – К.: «А.С.К.», 2001. – 353 с. 8. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. – М.: Мир, 1982. – 334с. 9. Semenyuk N.P., Trach V.M., Podvornyi A.V. Об устойчивости цилиндрических оболочек из волокнистых композитов с учетом отклонений направлений армирования от координатных осей. // Int. Appl. Mech. – 2005. – 41. № 6. – р. 107-115. 10. Trach V.M. Podvornyi A.V. On Stability of Layered Shells From Materials With One Plane of Elastic Symmetry. // Int. Appl. Mech. – 2004. – 40, №5. P. 114-121. 11. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974, – 446 с.

Сдано в редакцию 05.05.05

Рекомендовано д.т.н., проф. Бутенко В.И.

ЭКСПЕРТНАЯ СИСТЕМА С ЭЛЕМЕНТАМИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧНОСТИ КОНСТРУКЦИИ СБОРОЧНОЙ ЕДИНИЦЫ

Филонов И.П., Курч Л.В., Даабуб А.М.

(БНТУ, г. Минск, Республика Беларусь)

In Today's competitive product market the reduction of product manufacturing costs is of a great significant. As products become more complex and highly integrated. Designers or design teams find it increasingly necessary to have a system with a common language, independent of traditional engineering disciplines. There is no doubt of the impact of product design on manufacturing cost, therefore designer decision on product design will focus an important part of product manufacturing. Researchers estimate that more than 70% of the product cost is defined during the product design phase. Design for assembly (DFA) is now an accepted technique and used widely throughout many large industries including Lucas, GEC, Mercedes Benz, NISSAN Motors, etc. Experiences have shown that DFA analysis provides much greater benefits than simply a reduction in assembly costs.

В настоящее время в промышленности происходит постоянное увеличение объема новых технических решений в области разработки новых конструкций изделий и методов их ускоренного внедрения в производство. Изделия становятся более сложными и высоко-интегрированными. В условиях современного конкурентного рынка продуктов снижение себестоимости производства и повышение производительности имеют основополагающее значение. Добиться же этого не представляется возможным без детального анализа технологичности конструкции